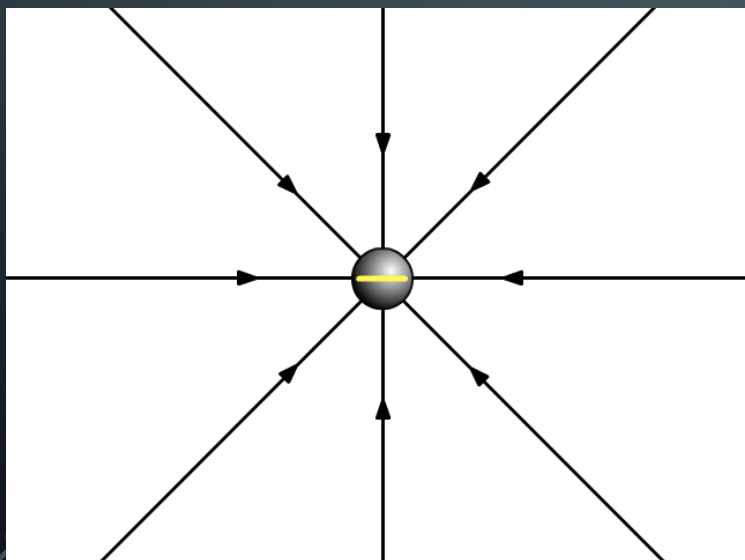
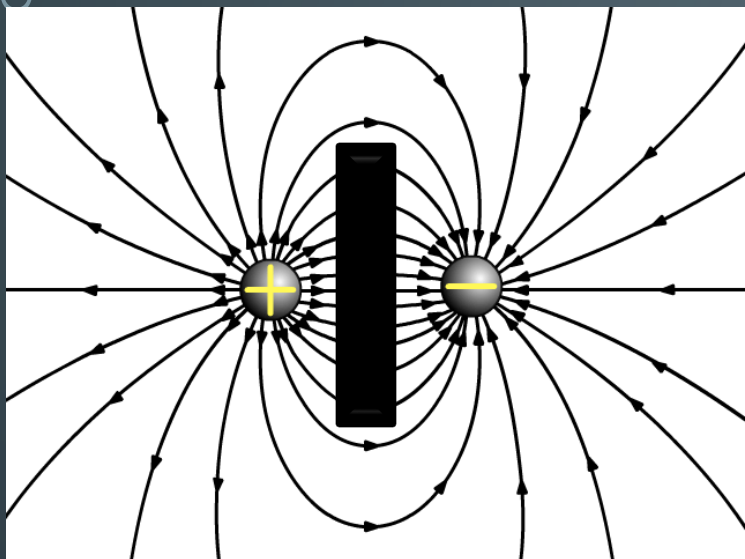


جلسہ پنجم

میدان الکتریکی

Ehsan.bolhasani@gmail.com



میدان الکتریکی



Q_1



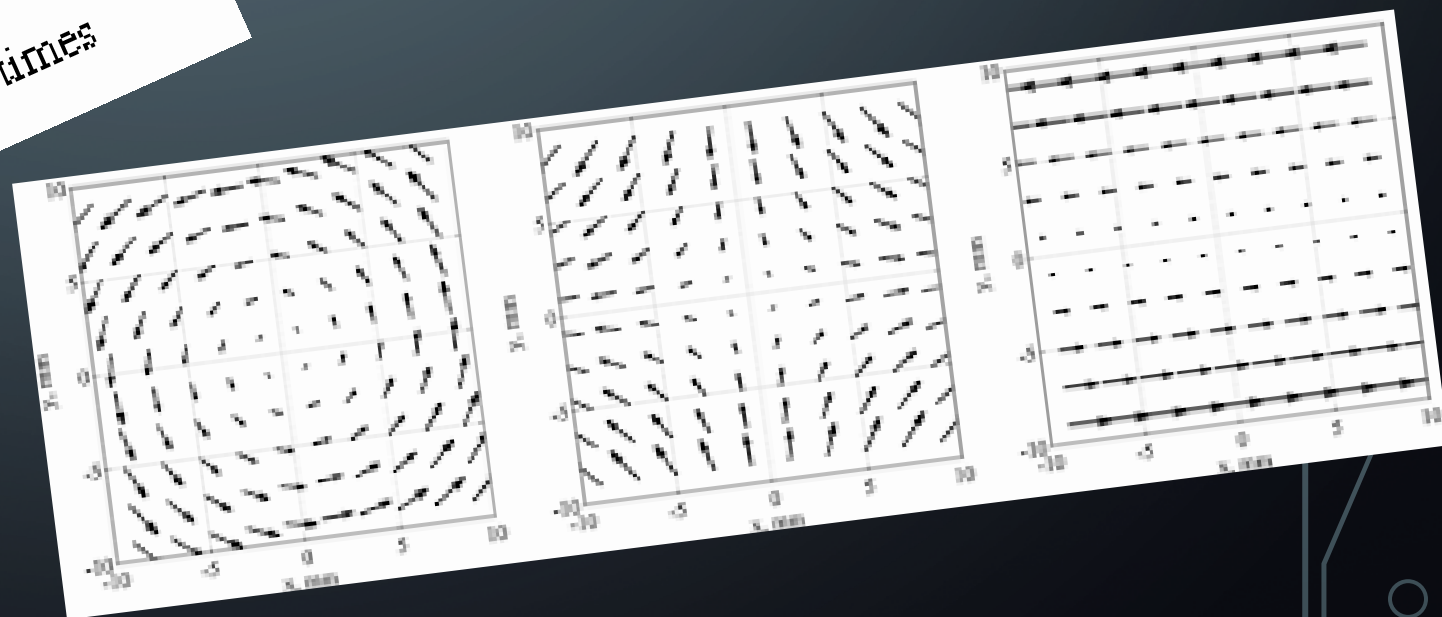
Q_2



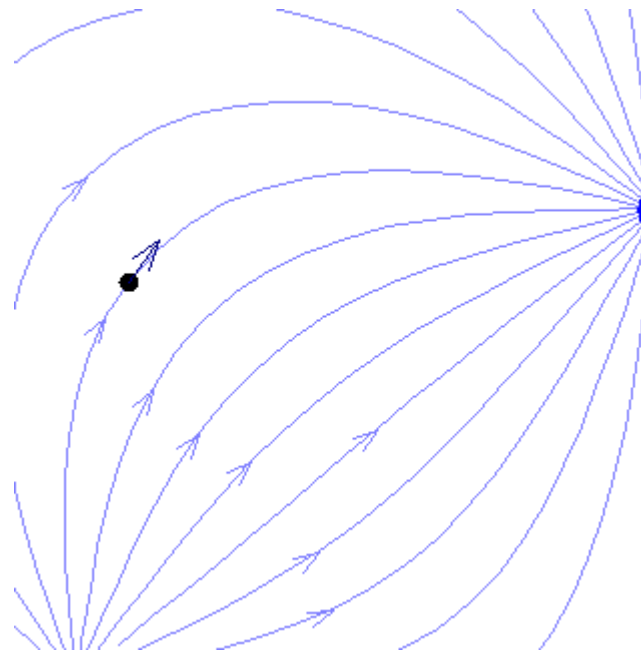
مفهوم میدان اسکالر و برداری

Heat Source

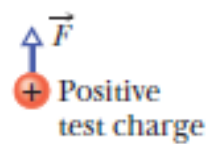
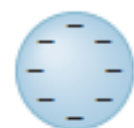
250 F at all times



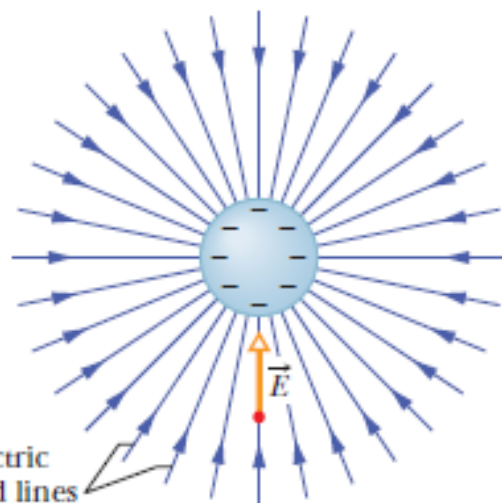
میدان الکتریکی حاصل از جسم باردار (در این شکل نقطه آبی رنگ) در هر نقطه از فضا



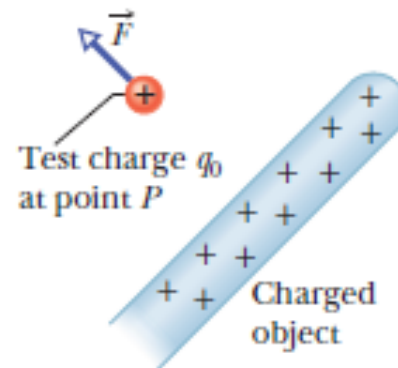
$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (\text{electric field}).$$



(a)

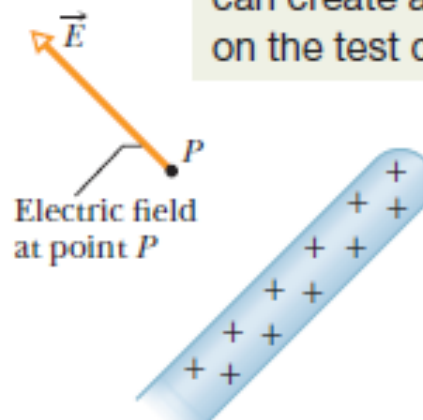


(b)

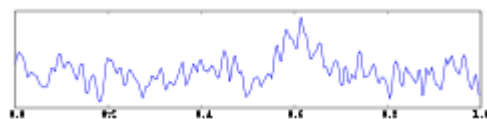
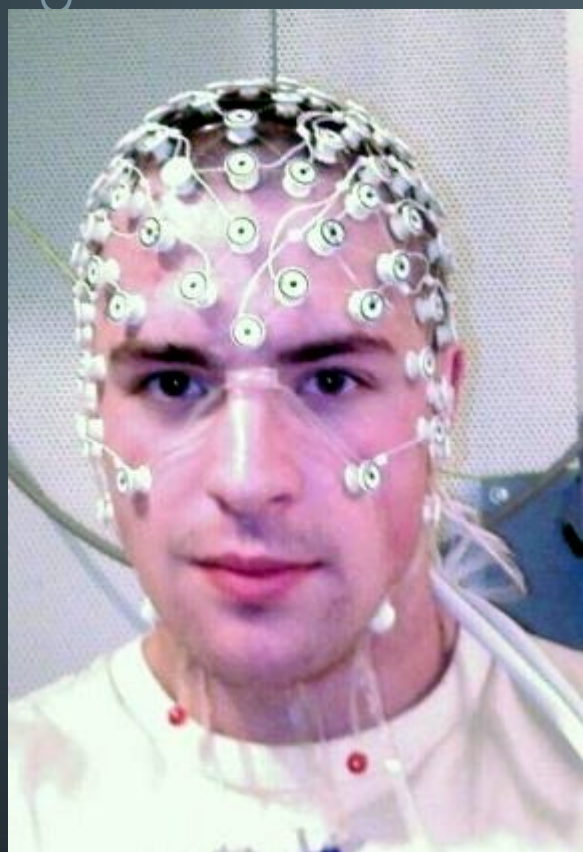


(a)

The rod sets up an electric field, which can create a force on the test charge.



$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} \quad (\text{electric field}).$$

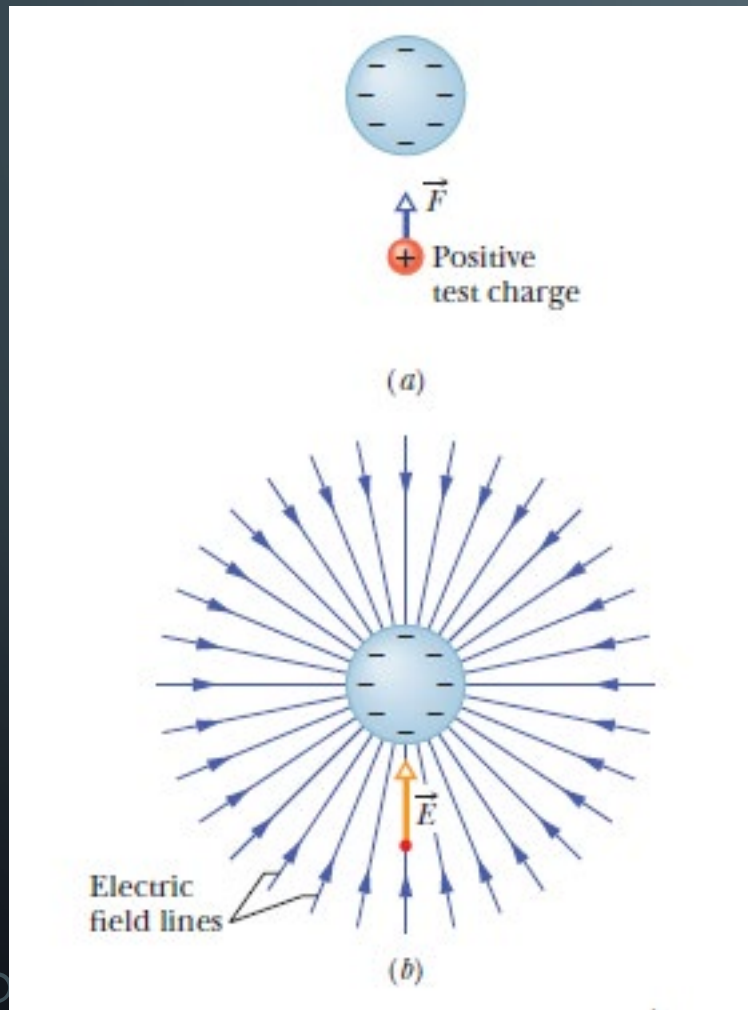


about $10 \mu\text{V}$ to $100 \mu\text{V}$

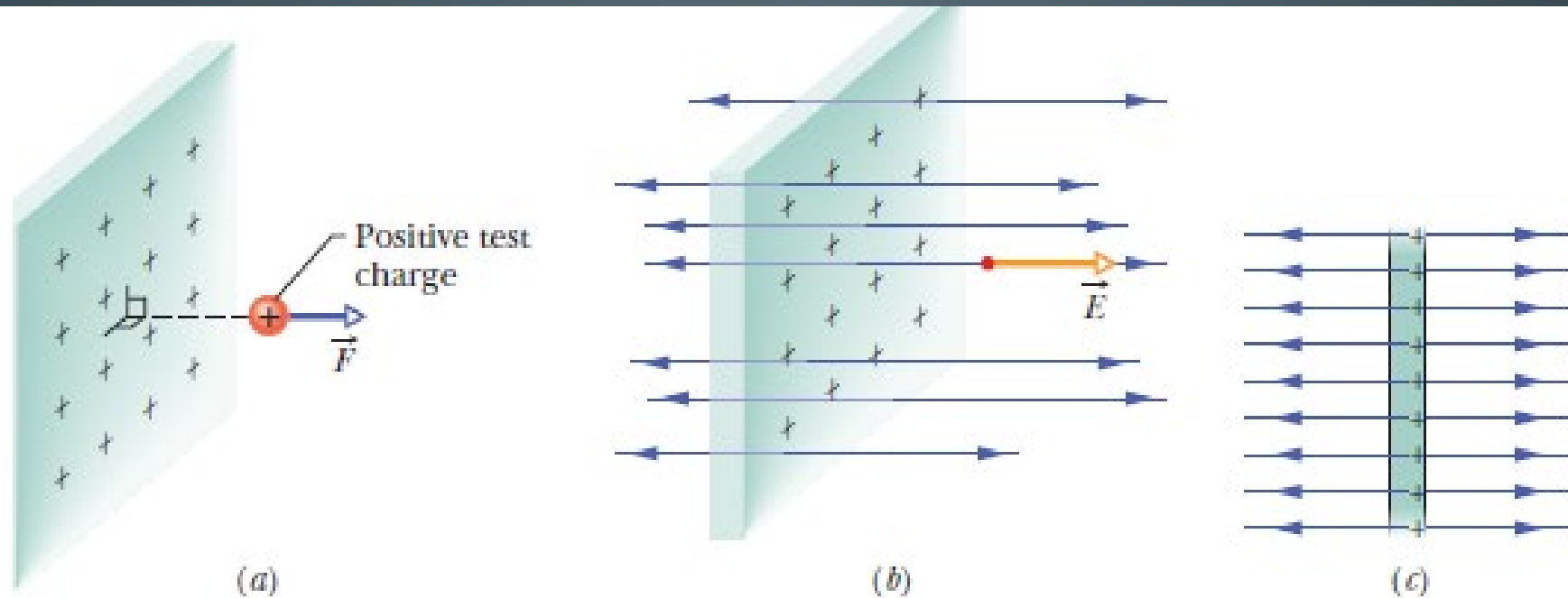
چند میدان الکتریکی

مقدار (N/C)	مکان یا وضعیت میدان
3×10^{21}	در سطح هسته اورانیوم داخل اتم هیدروژن، در
5×10^{11}	شعاع $5/29 \times 10^{-11} \text{m}$ فروشکست الکتریکی که
3×10^6	در هوا رخ می دهد در نزدیکی غلتک باردار
10^5	دستگاه فتوکپی
10^3	نزدیک یک شانه باردار
10^2	در سطحهای پایینی جو زمین
10^{-2}	داخل سیم مسی مدارهای خانه

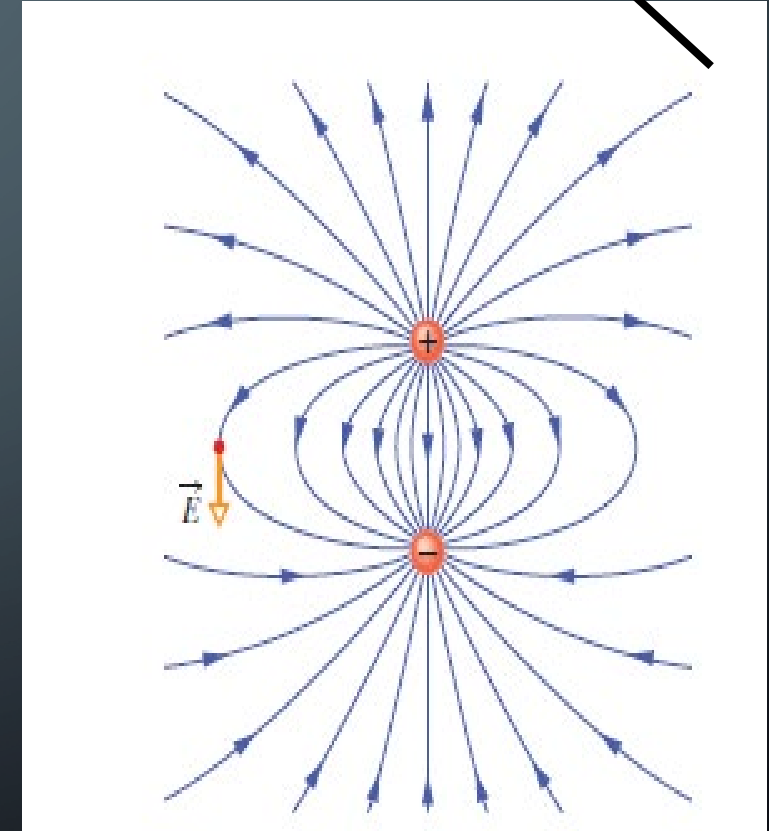
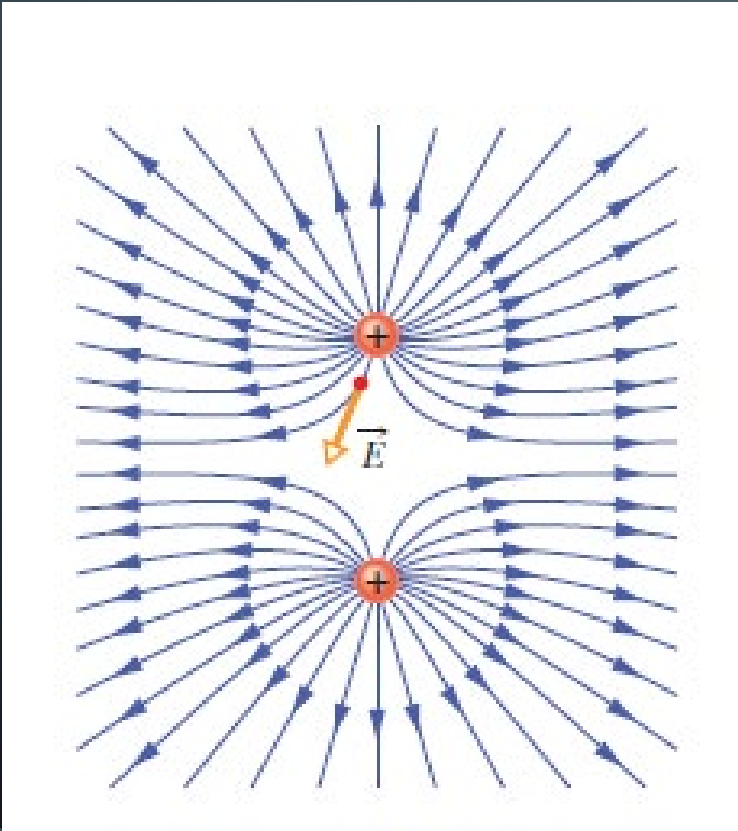
خطهای میدان الکتریکی



میدان الکتریکی یکنواخت



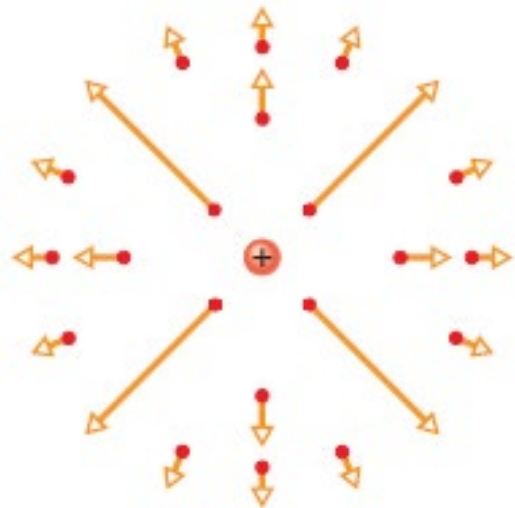
دوقطبی الکتریکی



محاسبه میدان الکتریکی



میدان الکتریکی ناشی از یک بار نقطه‌ای



$$\vec{F} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{qq_0}{r^2} \hat{r}.$$

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q_0} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r^2} \hat{r} \quad (\text{charged particle}).$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2} \quad (\text{charged particle}).$$

میدان الکتریکی برآیند بیش از یک بار

$$\vec{F}_0 = \vec{F}_{01} + \vec{F}_{02} + \dots + \vec{F}_{0n}.$$

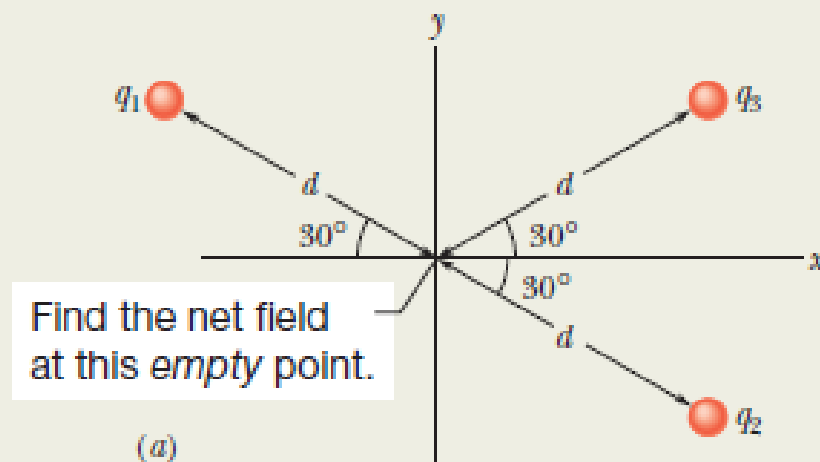
$$\begin{aligned}\vec{E} &= \frac{\vec{F}_0}{q_0} = \frac{\vec{F}_{01}}{q_0} + \frac{\vec{F}_{02}}{q_0} + \dots + \frac{\vec{F}_{0n}}{q_0} \\ &= \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n.\end{aligned}$$

مثال: میدان الکتریکی برآیند بیش از یک بار

$$q_1 = +2Q,$$

$$q_2 = -2Q,$$

$$q_3 = -4Q$$



میدان الکتریکی خالص در مبدا

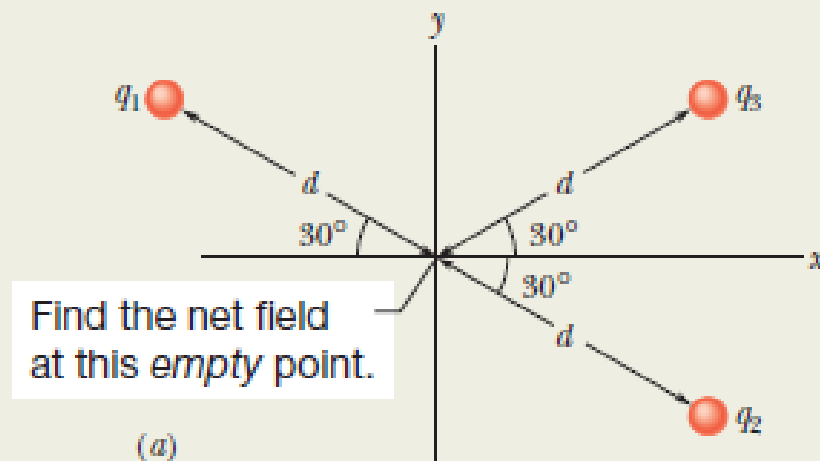


مثال: میدان الکتریکی برآیند بیش از یک بار

$$q_1 = +2Q,$$

$$q_2 = -2Q,$$

$$q_3 = -4Q$$



میدان الکتریکی خالص در مبدا



مثال: میدان الکتریکی برآیند بیش از یک بار

$$q_1 = +2Q,$$

$$q_2 = -2Q,$$

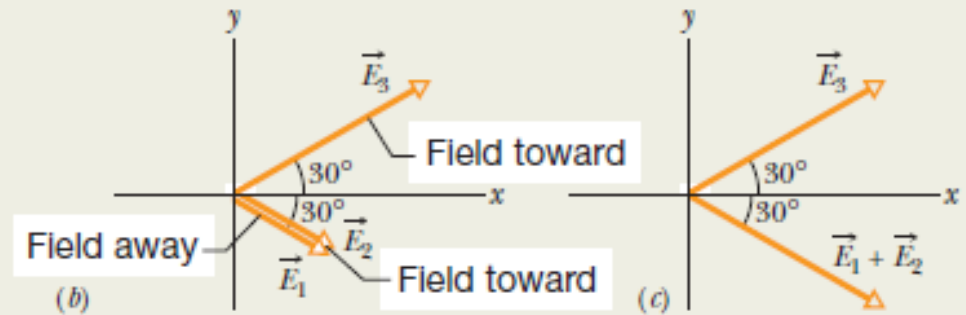
$$q_3 = -4Q$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

$$E_1 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2},$$

$$E_2 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2}$$

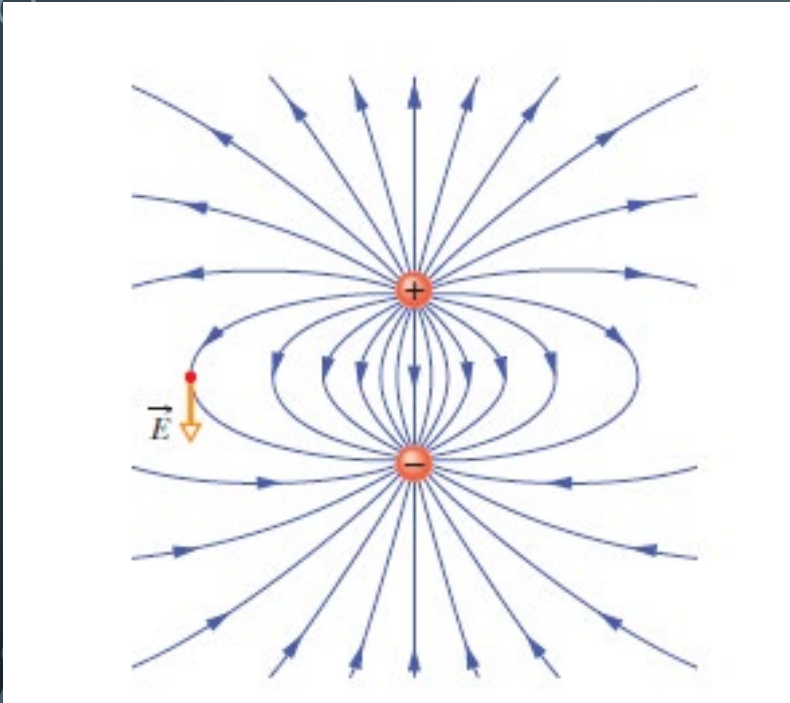
$$E_3 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}.$$



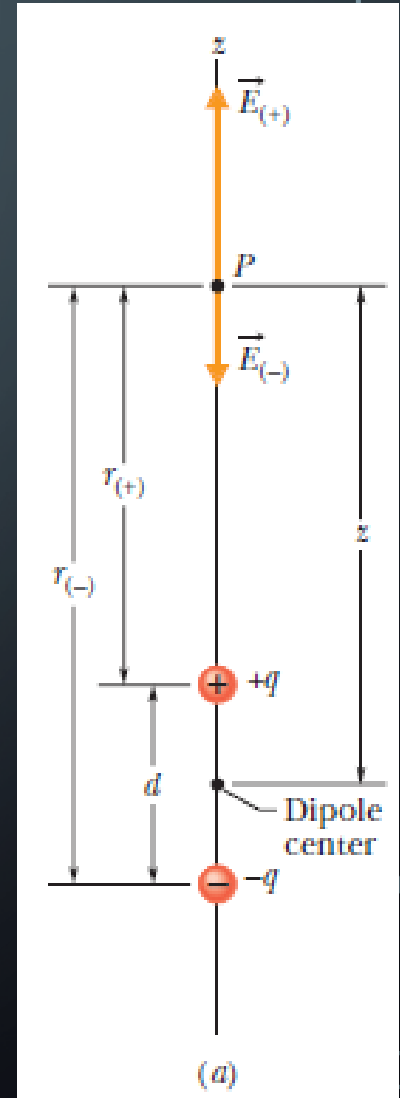
$$\begin{aligned} E_1 + E_2 &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} + \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{2Q}{d^2} \\ &= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E &= 2E_{3x} = 2E_3 \cos 30^\circ \\ &= (2) \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{4Q}{d^2} (0.866) = \frac{6.93Q}{4\pi\epsilon_0 d^2}. \quad (\text{Answer}) \end{aligned}$$

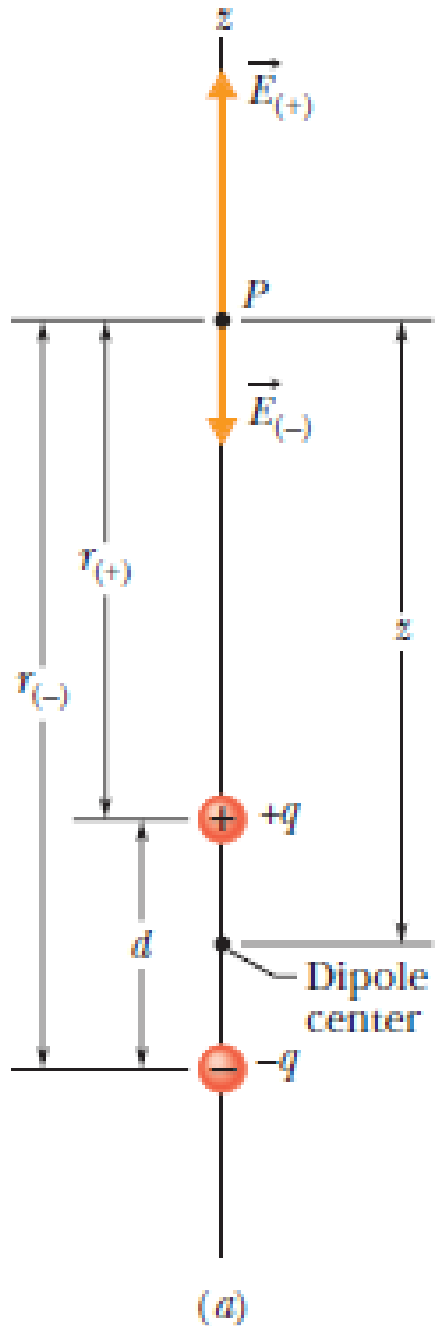
مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی



میدان الکتریکی خالص در مبدا



مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک دوقطبی الکتریکی



$$E = E_{(+)} - E_{(-)}$$

$$= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(+)}^2} - \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r_{(-)}^2}$$

$$= \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z - \frac{1}{2}d)^2} - \frac{q}{4\pi\epsilon_0(z + \frac{1}{2}d)^2}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \left(\frac{1}{\left(1 - \frac{d}{2z}\right)^2} - \frac{1}{\left(1 + \frac{d}{2z}\right)^2} \right)$$

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \frac{2d/z}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}$$

مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک دو قطبی الکتریکی

$$E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 z^2} \frac{2d/z}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2} = \frac{q}{2\pi\epsilon_0 z^3} \frac{d}{\left(1 - \left(\frac{d}{2z}\right)^2\right)^2}$$

$$z \gg d.$$

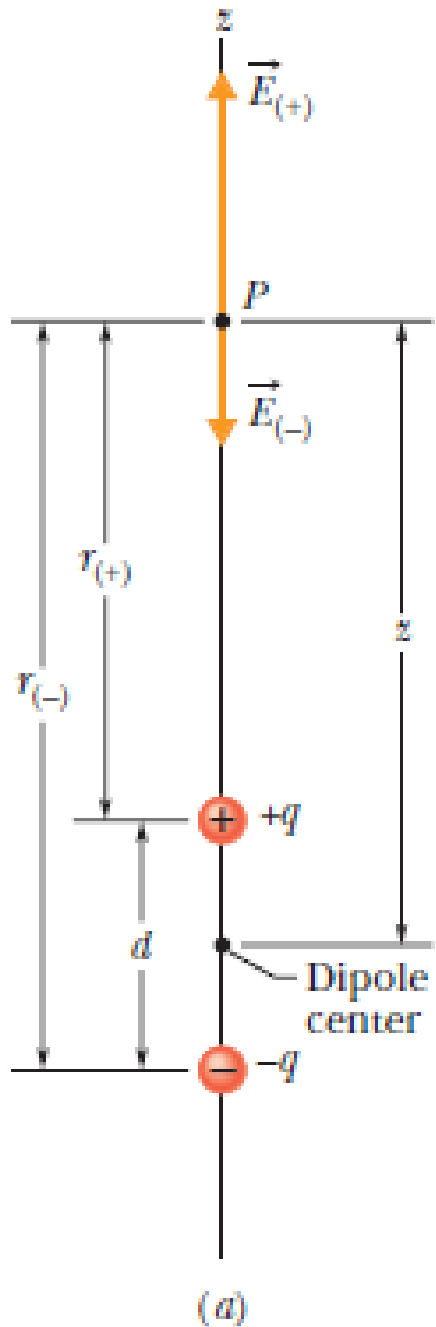
$$d/2z \ll 1$$

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{qd}{z^3}.$$



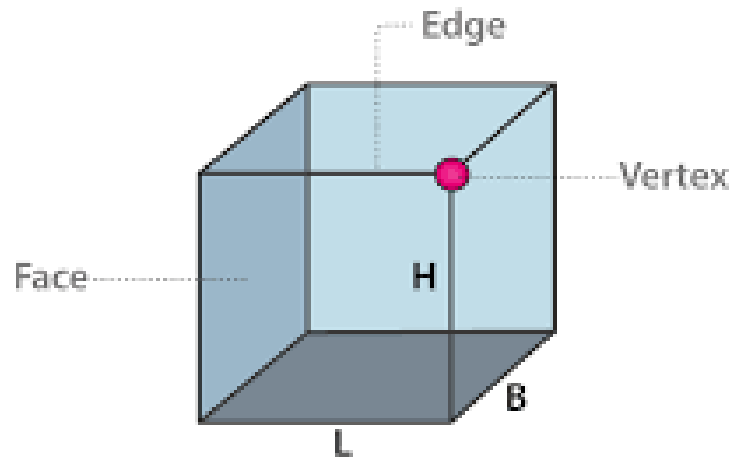
گشتاور دو قطبی الکتریکی

$$E = \frac{1}{2\pi\epsilon_0} \frac{p}{z^3} \quad (\text{electric dipole}).$$

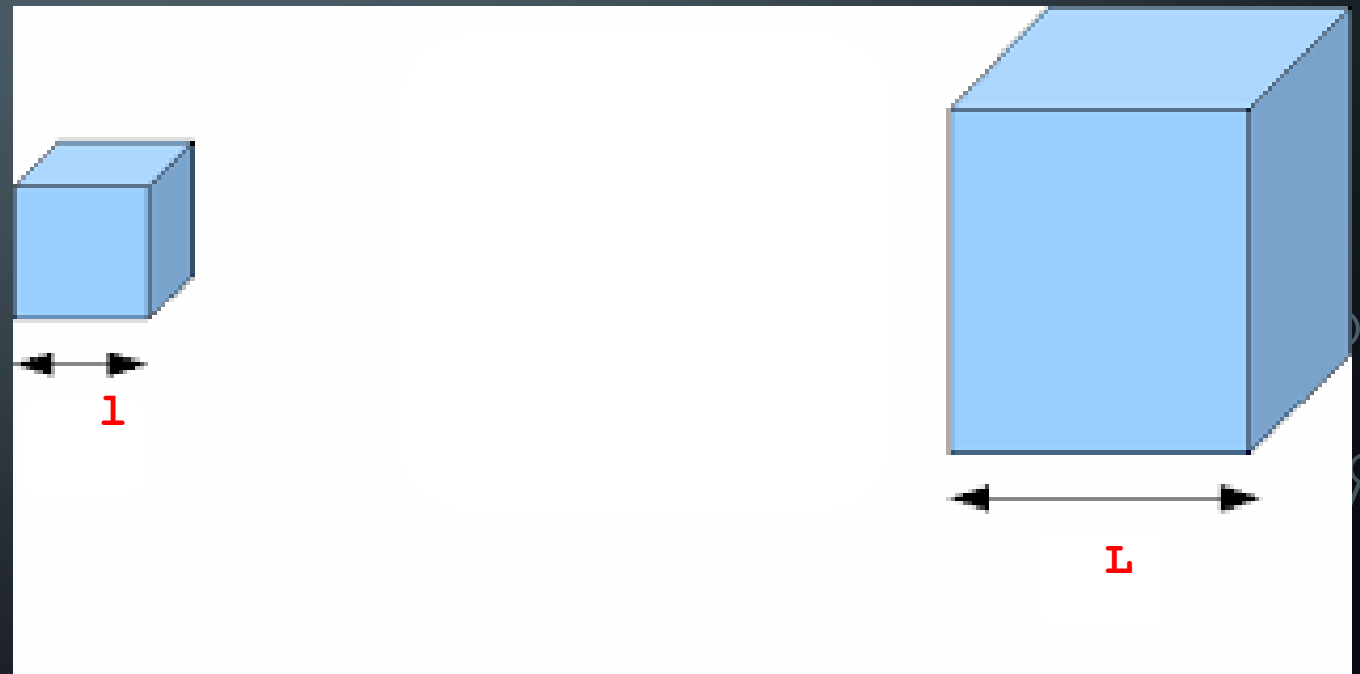


مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک بار خطی

مفهوم بار خطی، سطحی، حجمی

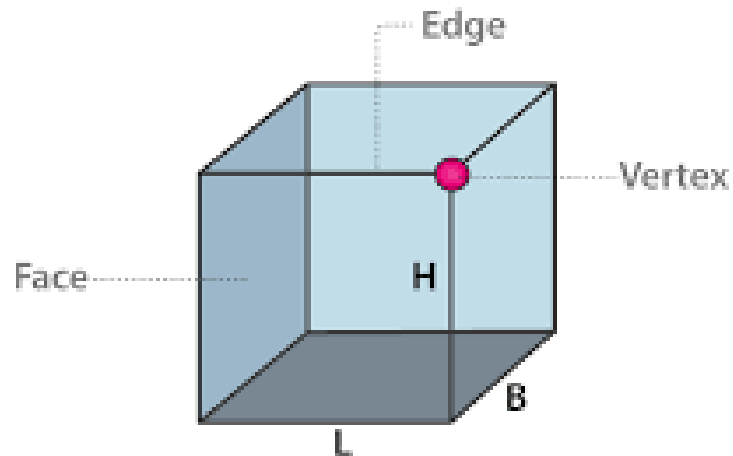


$$L = B = H$$

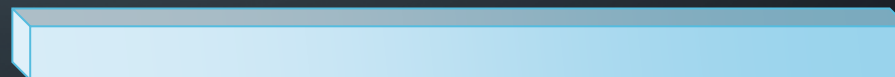
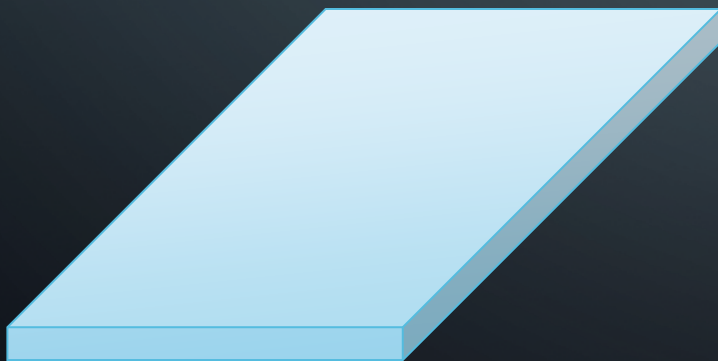
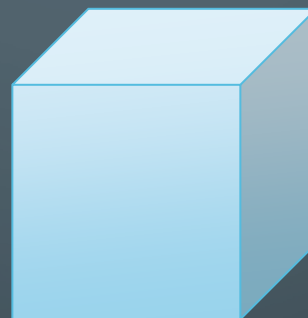


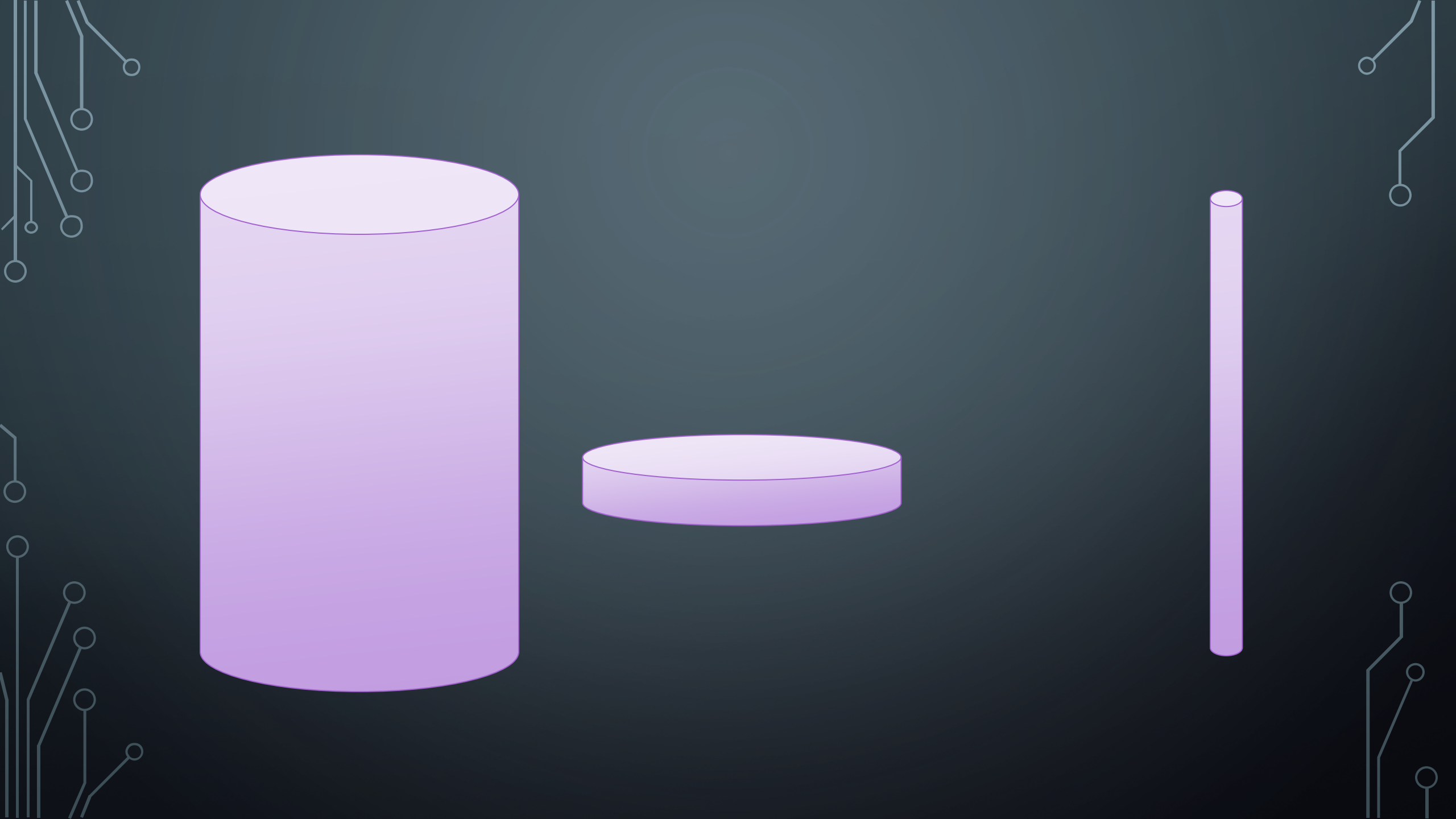
مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک بار خطی

مفهوم بار خطی، سطحی، حجمی



$$L = B = H$$



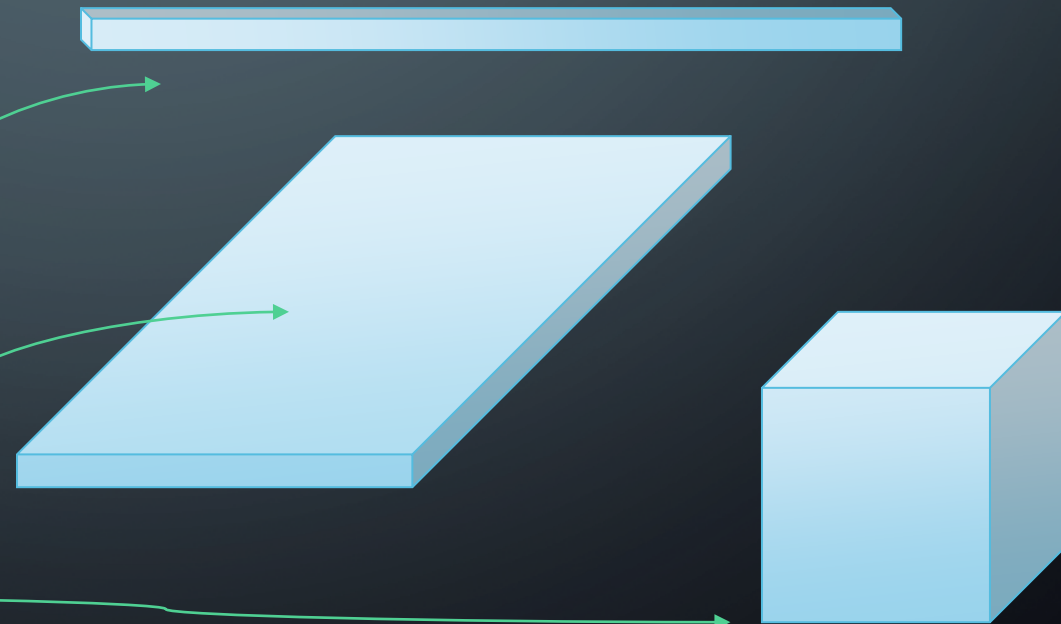


مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک بار خطی

مفهوم چگالی بار الکتریکی

$$\rho = \frac{m}{V}$$

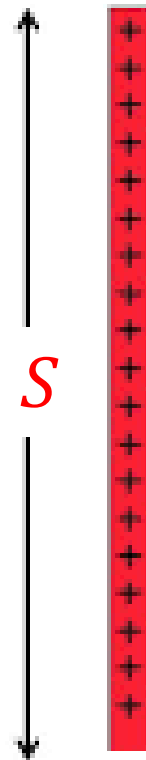
Name	Symbol	SI Unit
Charge	q	C
Linear charge density	λ	C/m
Surface charge density	σ	C/m ²
Volume charge density	ρ	C/m ³



مثال: میدان الکتریکی ناشی از یک بار خطی

مفهوم چگالی

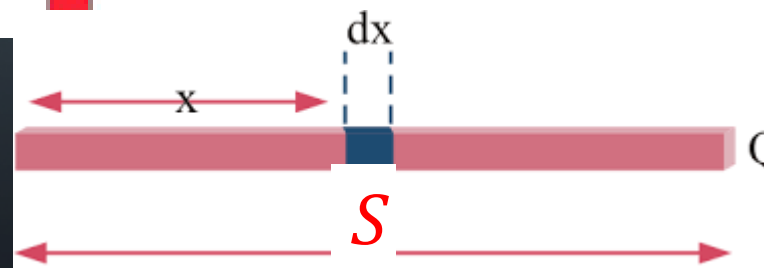
Name	Symbol	SI Unit
Charge	q	C
Linear charge density	λ	C/m
Surface charge density	σ	C/m ²
Volume charge density	ρ	C/m ³



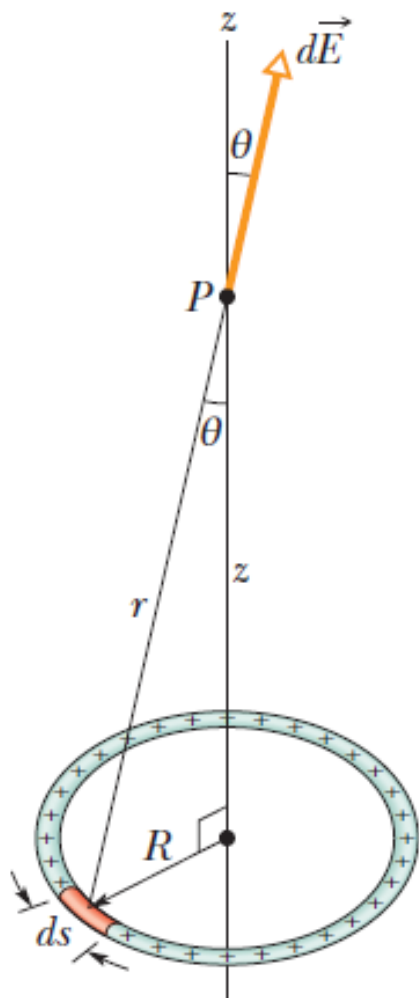
total charge Q

Linear charge de

$$\lambda = \frac{Q}{S}$$



$$\lambda = \frac{dQ}{dL}$$

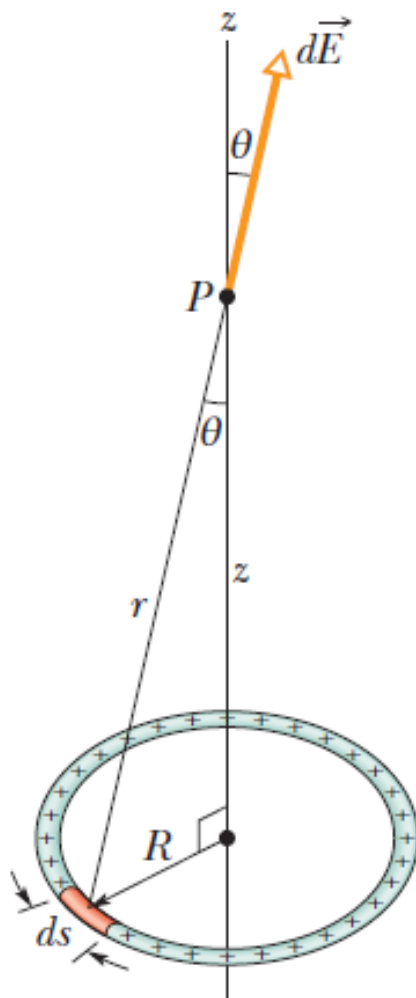


$$dq = \lambda ds.$$

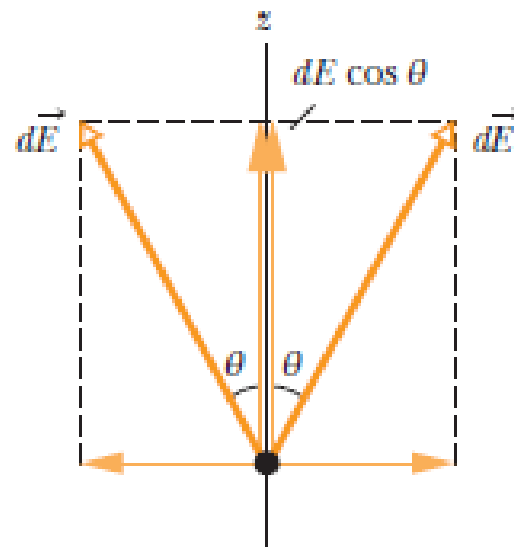
$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}.$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)}.$$

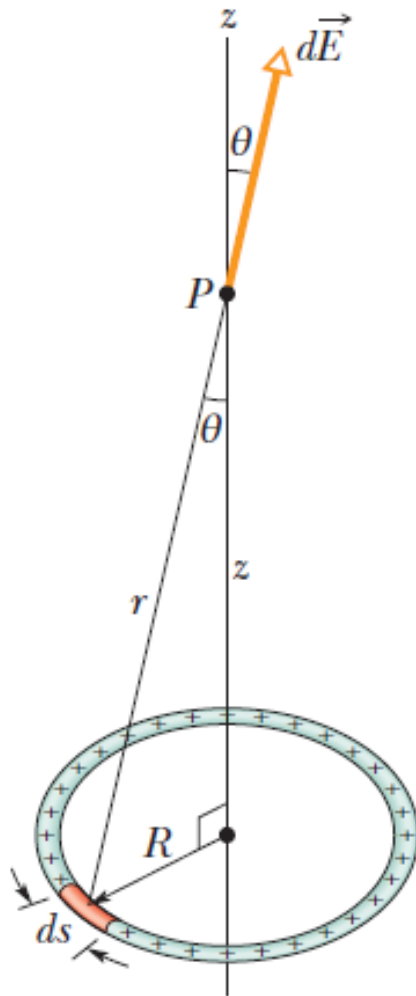


$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{(z^2 + R^2)}.$$



$$\cos \theta = \frac{z}{r} = \frac{z}{(z^2 + R^2)^{1/2}}.$$

$$dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z\lambda}{(z^2 + R^2)^{3/2}} ds.$$

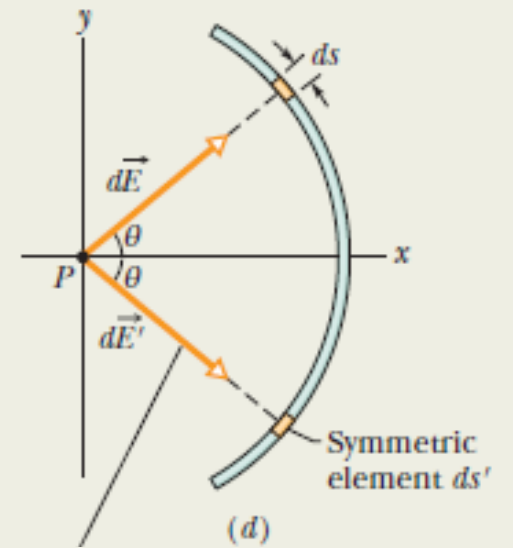
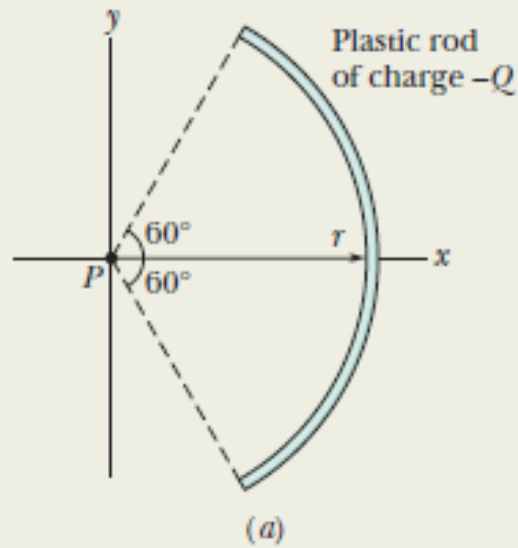


$$dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{z\lambda}{(z^2 + R^2)^{3/2}} ds.$$

$$\begin{aligned} E &= \int dE \cos \theta = \frac{z\lambda}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \int_0^{2\pi R} ds \\ &= \frac{z\lambda(2\pi R)}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}. \end{aligned}$$

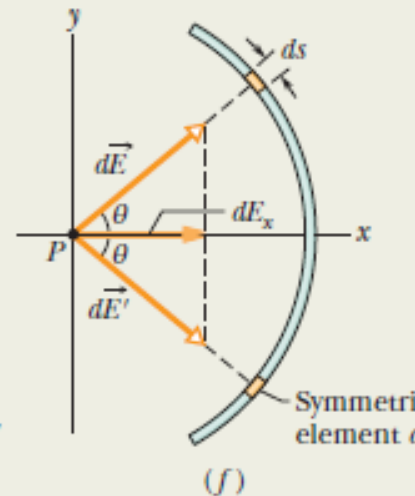
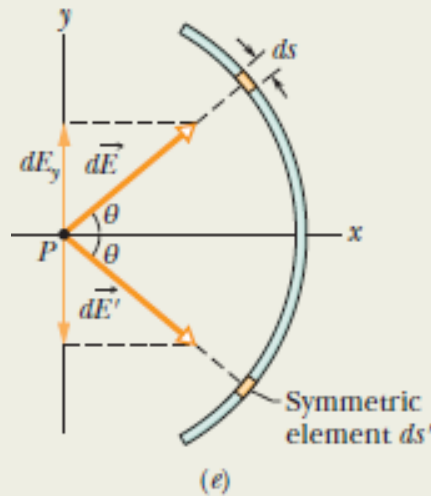
$$\lambda = \frac{q}{S}$$

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}} \quad (\text{charged ring}).$$



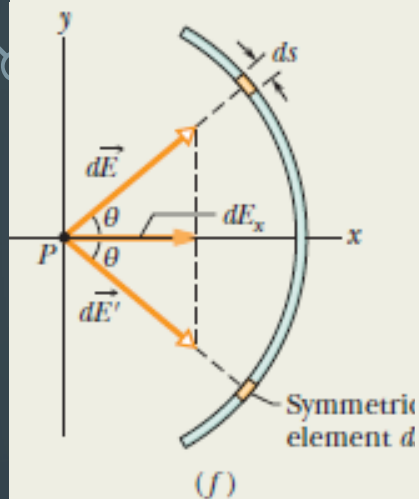
$$dq = \lambda ds.$$

$$E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{|q|}{r^2}$$

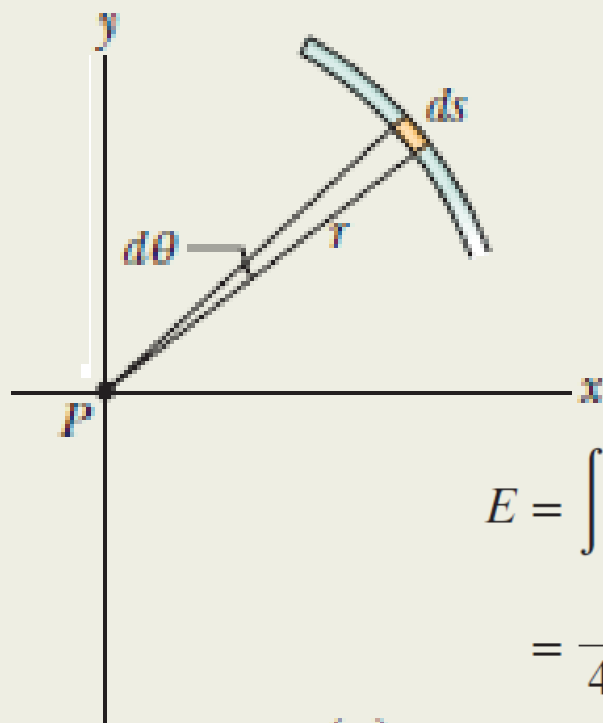


$$dE = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{dq}{r^2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda ds}{r^2}.$$

$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta ds.$$



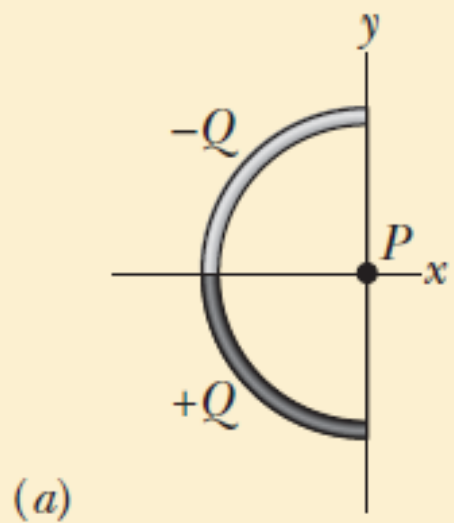
$$dE_x = dE \cos \theta = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta ds.$$



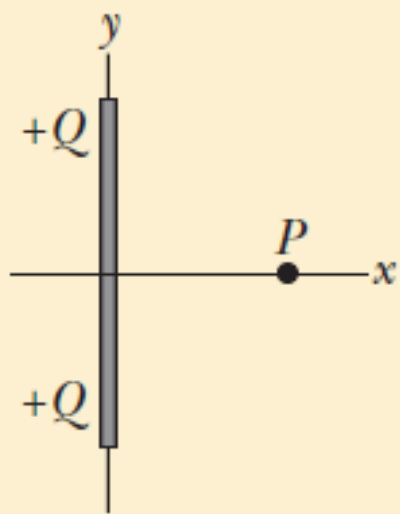
(g)

$$ds = r d\theta,$$

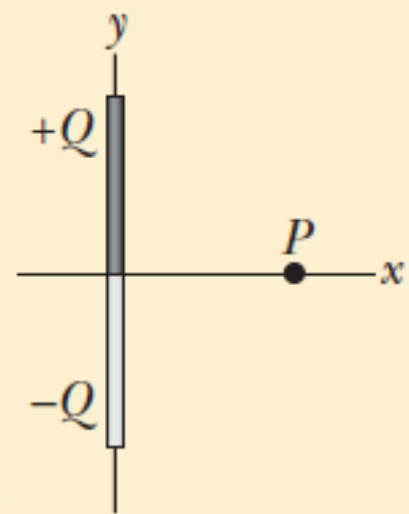
$$\begin{aligned} E &= \int dE_x = \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{\lambda}{r^2} \cos \theta r d\theta \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \int_{-60^\circ}^{60^\circ} \cos \theta d\theta = \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} \left[\sin \theta \right]_{-60^\circ}^{60^\circ} \\ &= \frac{\lambda}{4\pi\epsilon_0 r} [\sin 60^\circ - \sin(-60^\circ)] \\ &= \frac{1.73\lambda}{4\pi\epsilon_0 r}. \end{aligned}$$



(a)

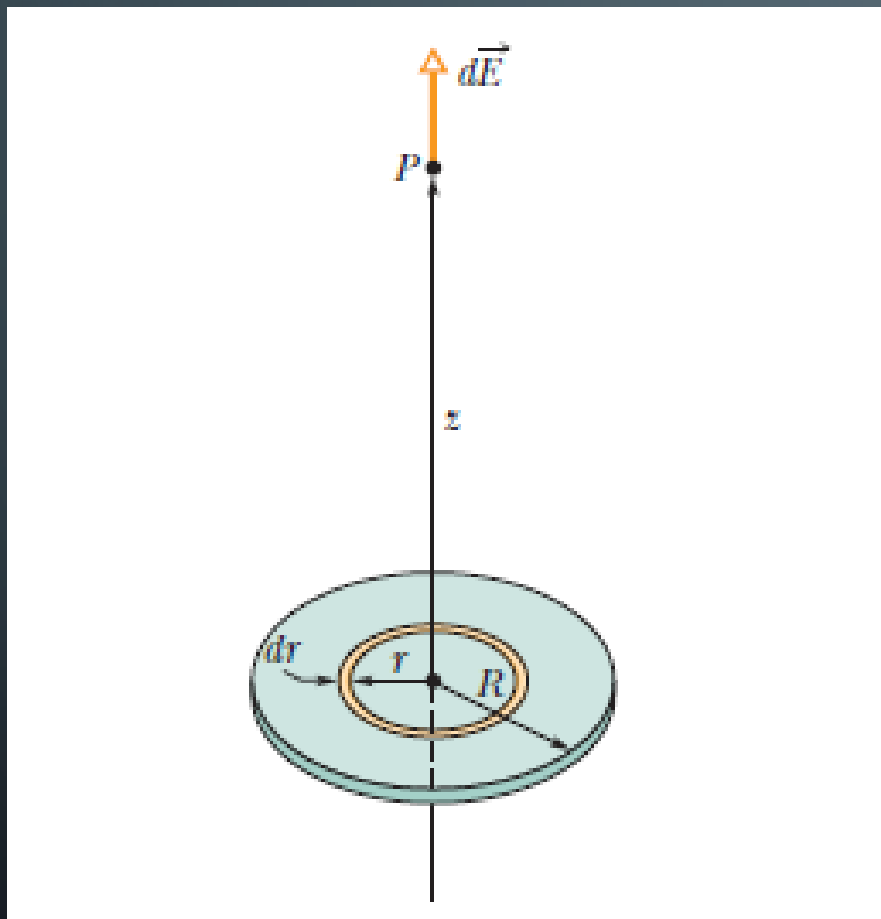


(b)



(c)

مثال: میدان الکتریکی ناشی از قرص باردار



چگالی سطحی بار

مفہوم چگالی بار الکتریکی

Name	Symbol	SI Unit
Charge	q	C
Linear charge density	λ	C/m
Surface charge density	σ	C/m ²
Volume charge density	ρ	C/m ³

Formula

$$\sigma = \frac{q}{A}$$

σ $\longrightarrow$ Surface Charge Density

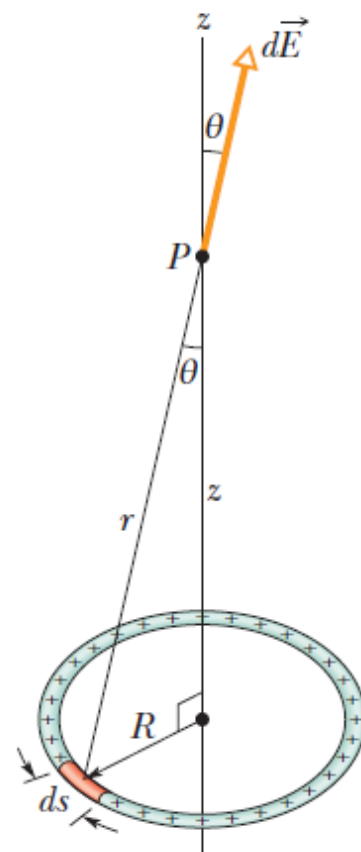
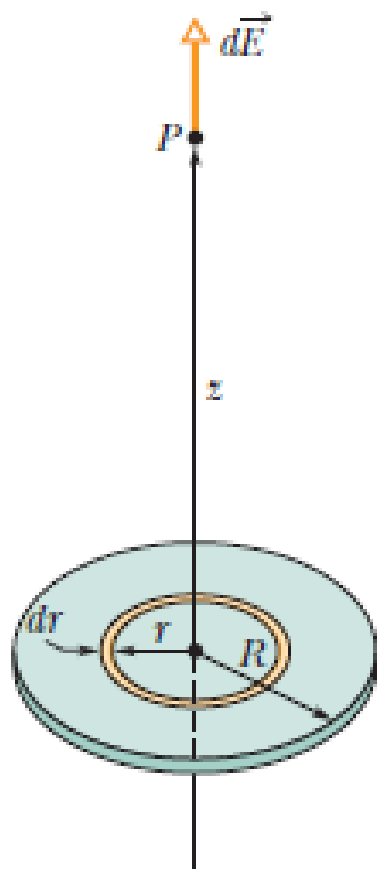
q $\longrightarrow$ total charge

A $\longrightarrow$ surface area

getcalc.com

$$\sigma = \frac{dq}{dA}$$

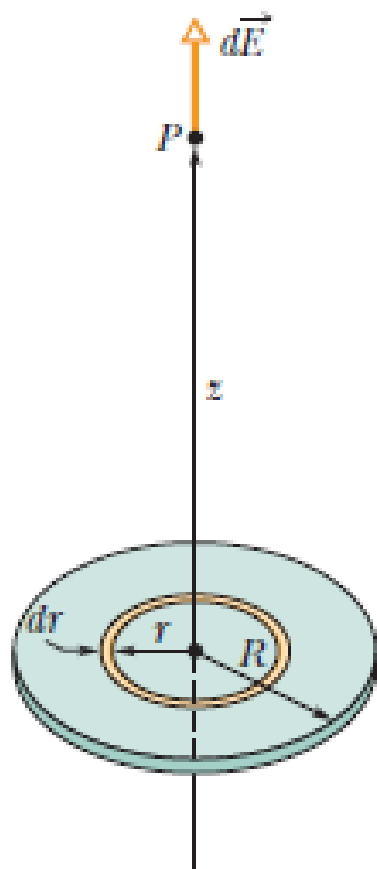
مثال: میدان الکتریکی ناشی از قرص باردار



$$dE = \frac{dq z}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = \frac{qz}{4\pi\epsilon_0(z^2 + R^2)^{3/2}}$$

مثال: میدان الکتریکی ناشی از قرص باردار



$$dE = \frac{dq z}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}}.$$

$$dq = \sigma dA = \sigma (2\pi r dr).$$

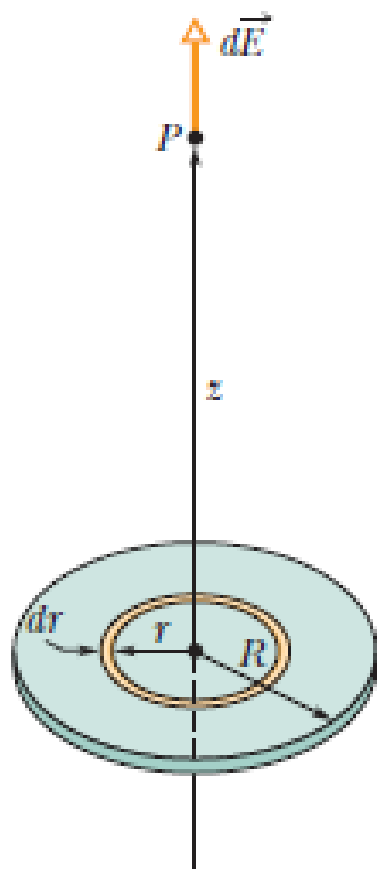
$$dE = \frac{\sigma (2\pi r dr) z}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}}.$$

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr,$$

$$\int X^m dX \text{ by setting } X = (z^2 + r^2), m = -\frac{3}{2},$$

$$\int X^m dX = \frac{X^{m+1}}{m+1},$$

مثال: میدان الکتریکی ناشی از قرص باردار



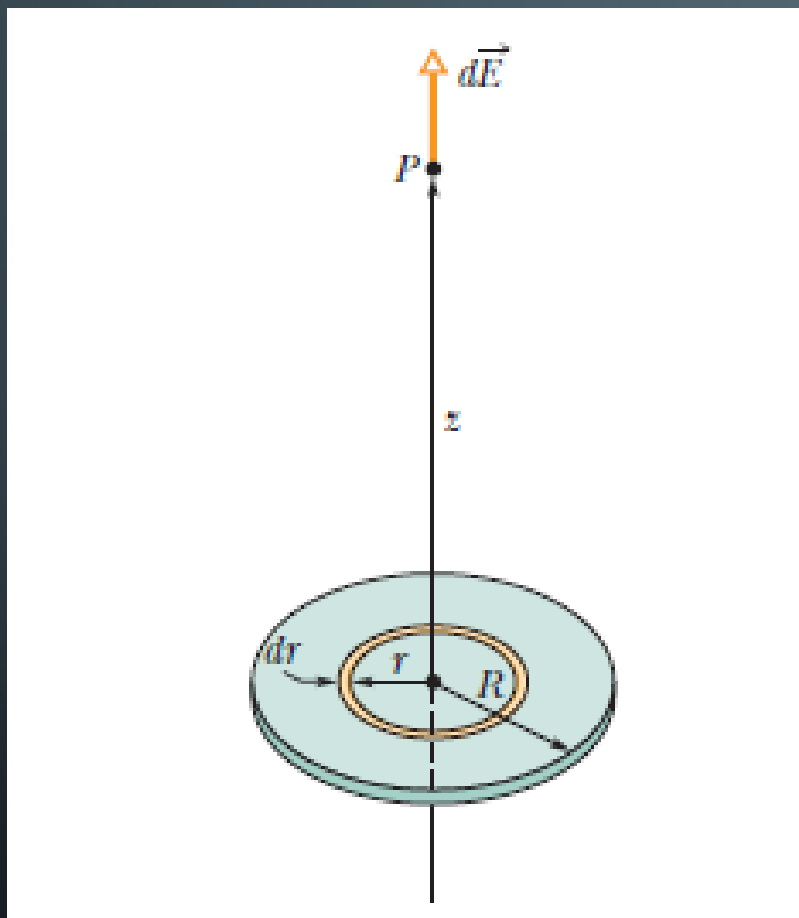
$$dE = \frac{dq z}{4\pi\epsilon_0(z^2 + r^2)^{3/2}}$$

$$E = \int dE = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \int_0^R (z^2 + r^2)^{-3/2} (2r) dr,$$

$$E = \frac{\sigma z}{4\epsilon_0} \left[\frac{(z^2 + r^2)^{-1/2}}{-\frac{1}{2}} \right]_0^R$$

$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{charged disk})$$

مثال: میدان الکتریکی ناشی از قرص باردار

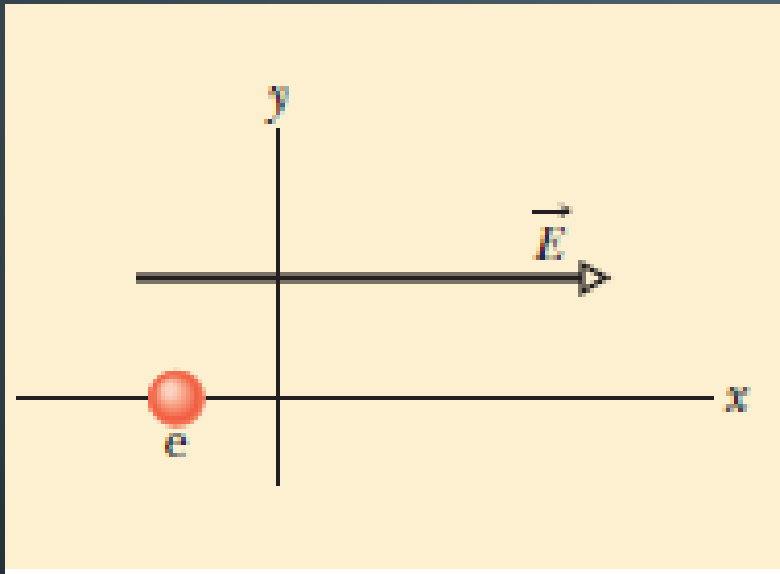


$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \left(1 - \frac{z}{\sqrt{z^2 + R^2}} \right) \quad (\text{charged disk})$$

$$R \rightarrow \infty$$

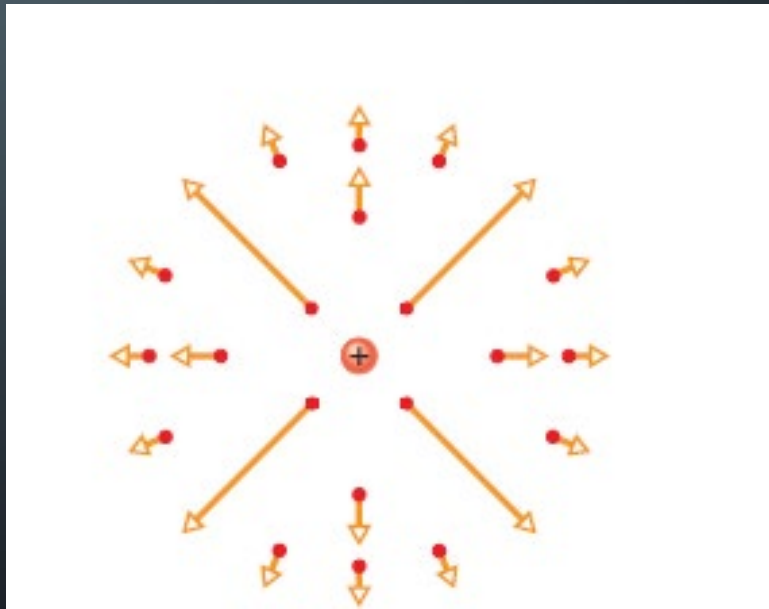
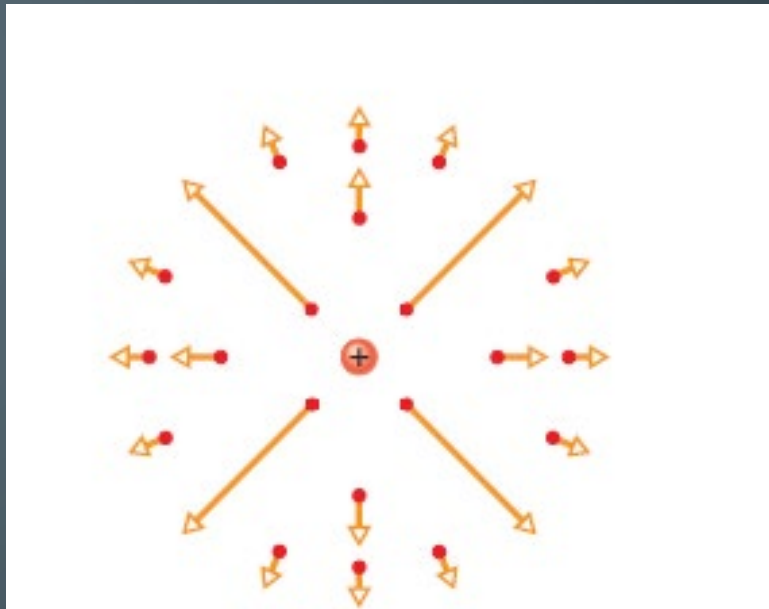
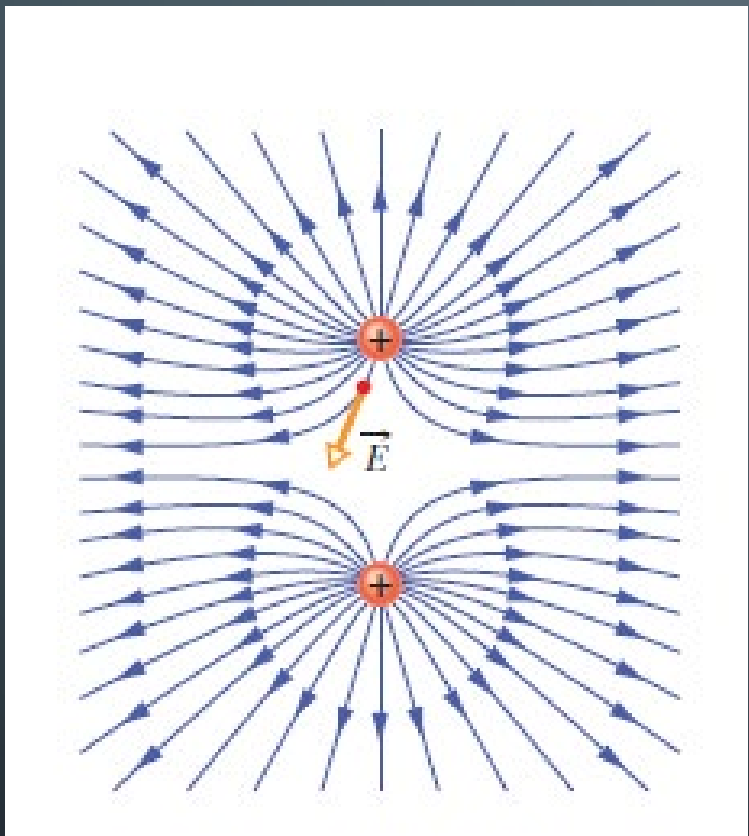
$$E = \frac{\sigma}{2\epsilon_0} \quad (\text{infinite sheet}).$$

بار نقطه‌ای در میدان الکتریکی



$$\vec{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r} \quad (\text{Coulomb's law}),$$

$$\vec{F} = q \vec{E}.$$

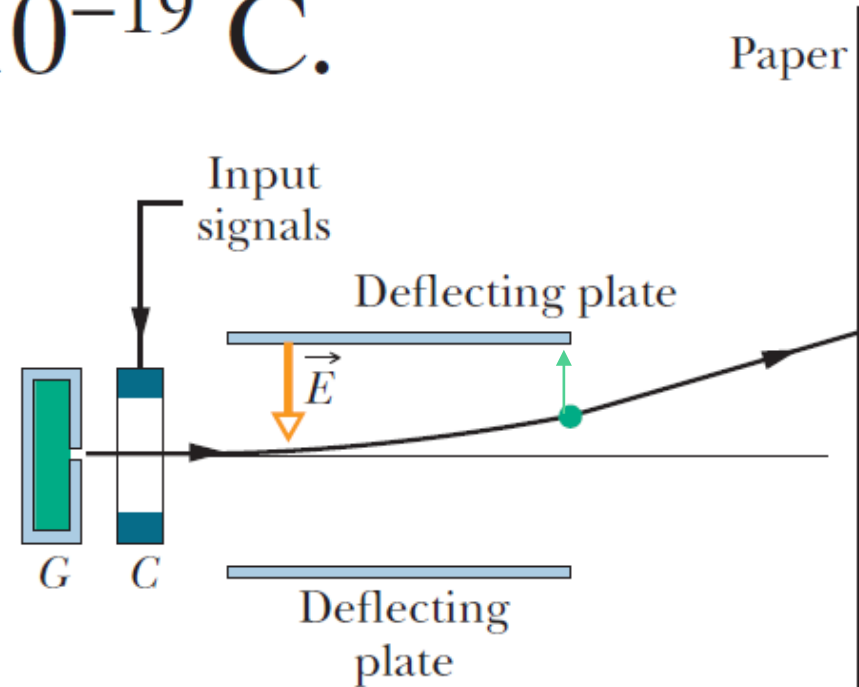
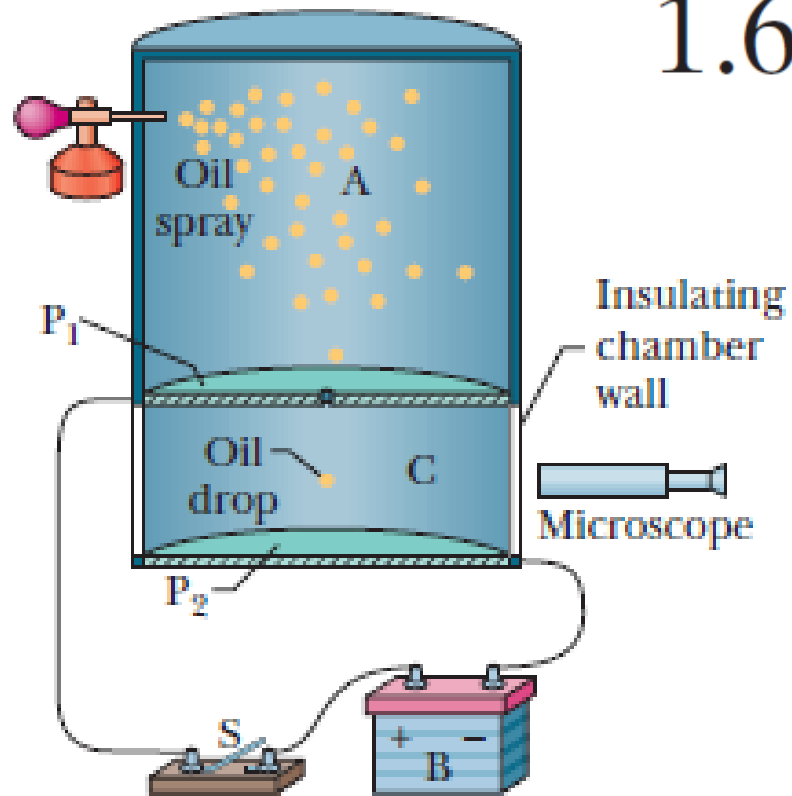


اندازه‌گیری بار بنیادی

رابرت ای میلیکان

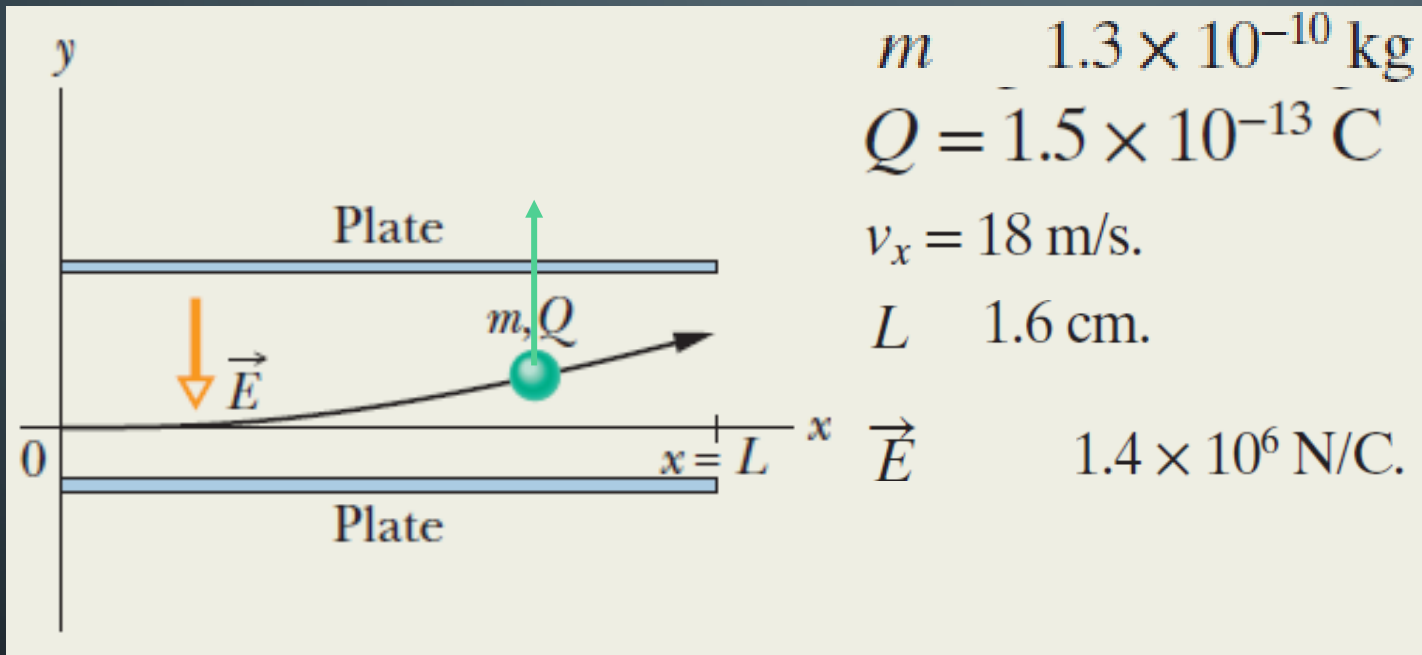
ROBERT A. MILLIKAN IN 1910–1913.

$$1.60 \times 10^{-19} \text{ C.}$$



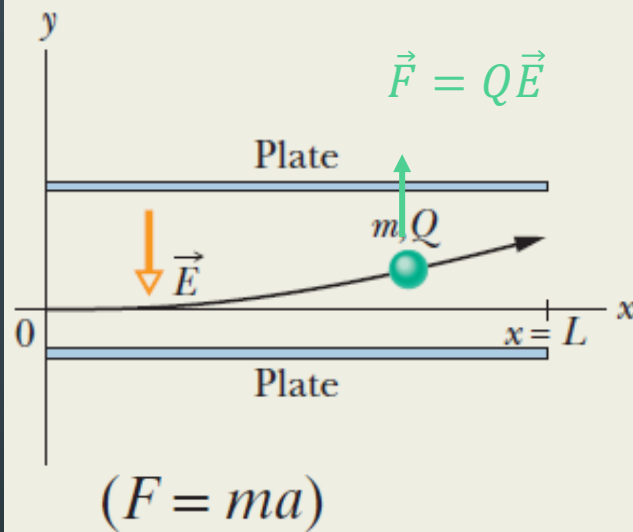
$$q = ne, \quad \text{for } n = 0, \pm 1, \pm 2, \pm 3, \dots,$$

مثال: چاپگر جوهر افشان



انحراف قائم قطره در لبه دور صفحه ها؟

مثال: چاپگر جوهر افشان



$$a_y = \frac{F}{m} = \frac{QE}{m}.$$

زمان لازم برای عبور قطره از ناحیه میان صفحه ها t

$$y = \frac{1}{2}a_y t^2 \quad \text{and} \quad L = v_x t,$$

$$m = 1.3 \times 10^{-10} \text{ kg}$$

$$Q = 1.5 \times 10^{-13} \text{ C}$$

$$v_x = 18 \text{ m/s.}$$

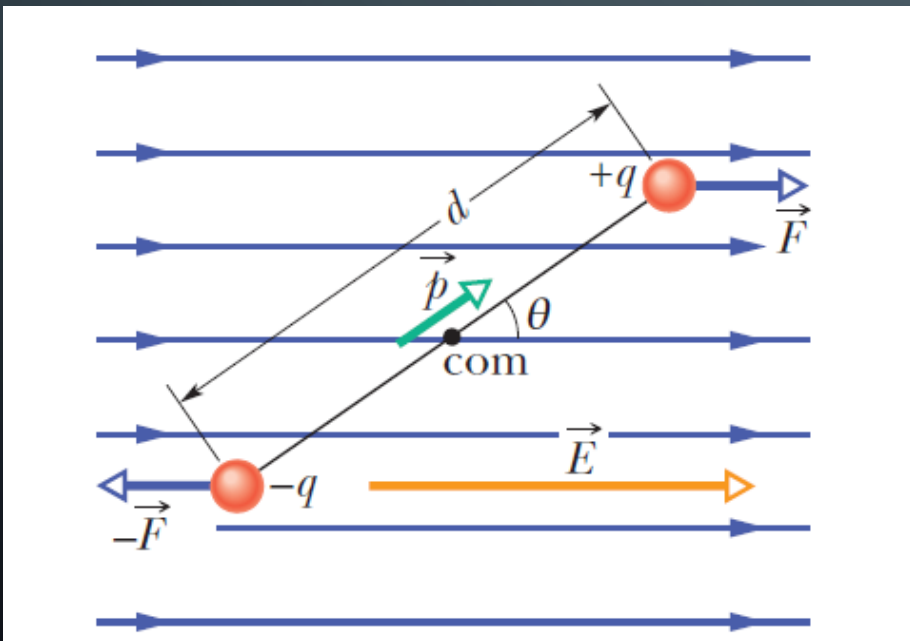
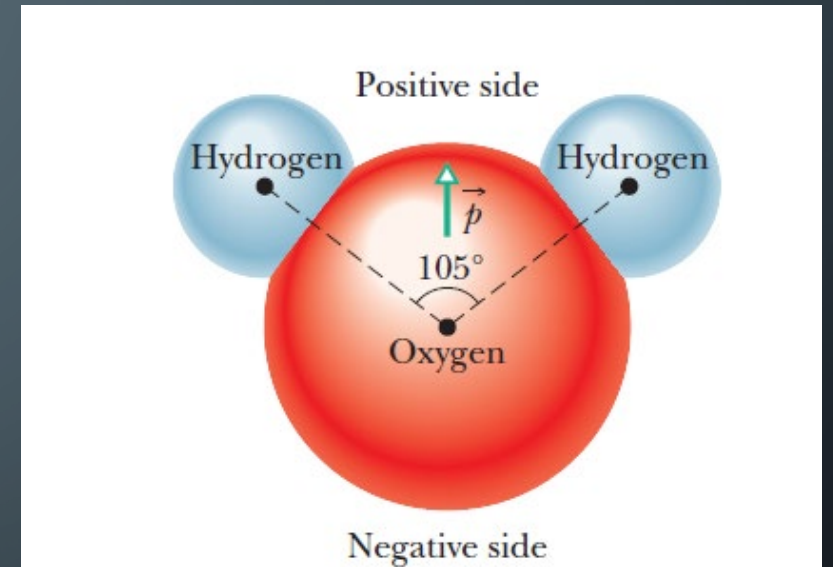
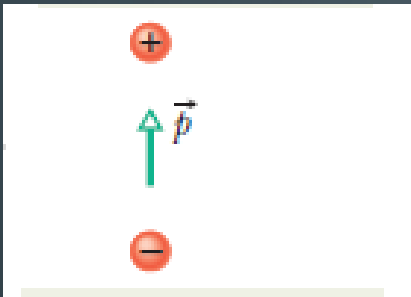
$$L = 1.6 \text{ cm.}$$

$$\vec{E} = 1.4 \times 10^6 \text{ N/C.}$$

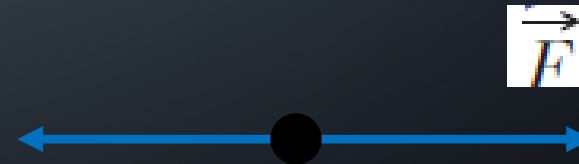
$$\begin{aligned} y &= \frac{QEL^2}{2mv_x^2} \\ &= \frac{(1.5 \times 10^{-13} \text{ C})(1.4 \times 10^6 \text{ N/C})(1.6 \times 10^{-2} \text{ m})^2}{(2)(1.3 \times 10^{-10} \text{ kg})(18 \text{ m/s})^2} \\ &= 6.4 \times 10^{-4} \text{ m} \\ &= 0.64 \text{ mm.} \end{aligned}$$

(Answer)

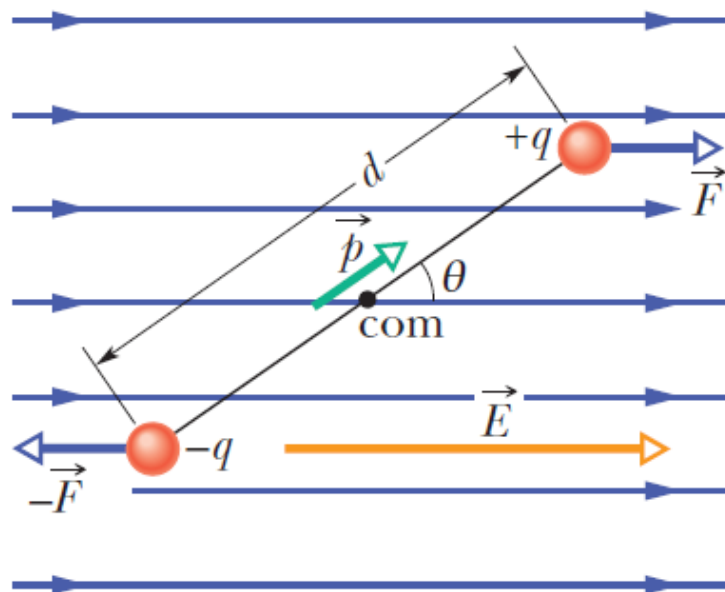
مثال: دوقطبی در میدان الکتریکی



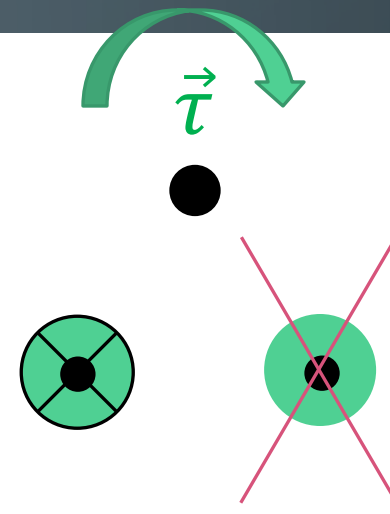
$$F = qE.$$



مثال: دو قطبی در میدان الکتریکی



$$F = qE.$$



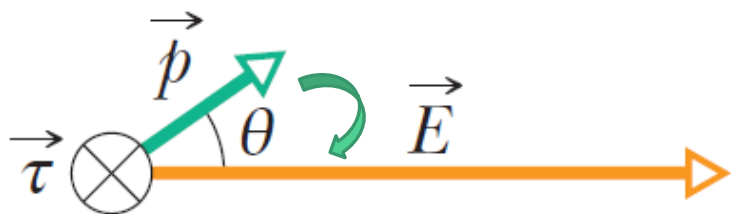
$$(\tau = rF \sin \phi),$$

$$\tau = Fx \sin \theta + F(d - x) \sin \theta = Fd \sin \theta.$$

$$F = qE.$$

$$p = qd.$$

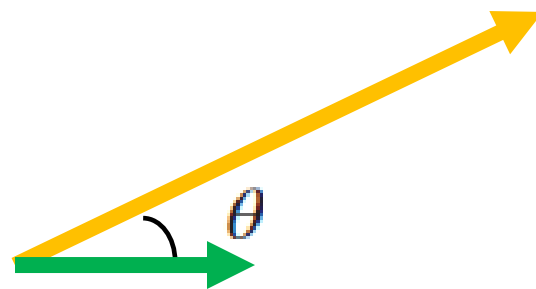
$$\tau = pE \sin \theta.$$



$$\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$$

$$\tau = -pE \sin \theta.$$

?



$$\tau = pE \sin \theta.$$

C H A P T E R 2 3

Gauss' Law

قانون گاوس