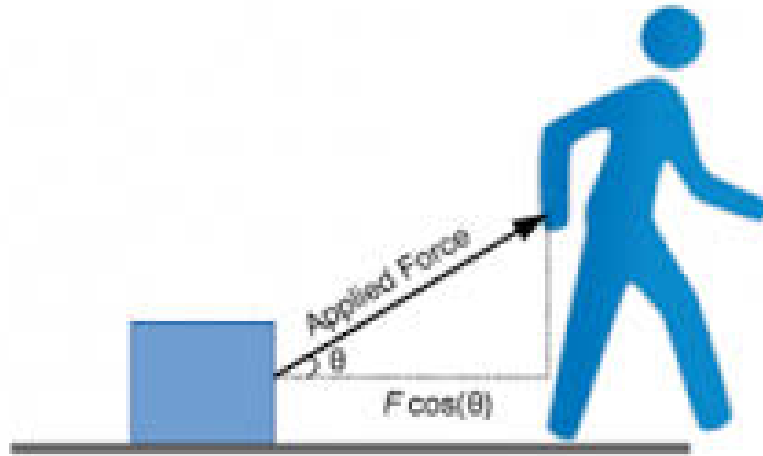


فصل چهارم: پتانسیل الکتریکی

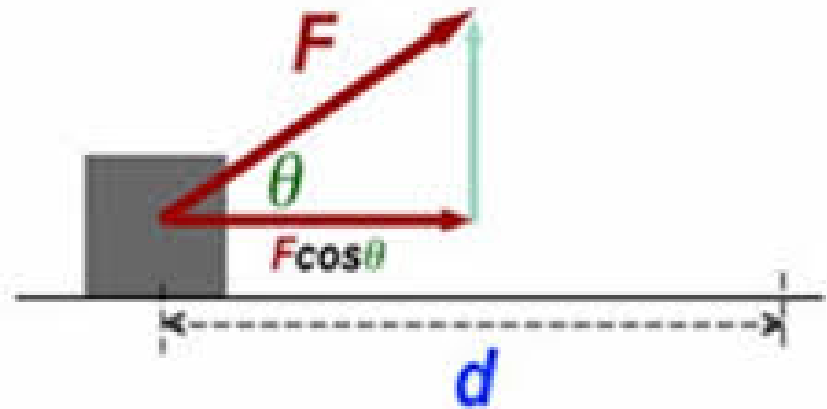
در این فصل به معرفی و شناخت اختلاف پتانسیل الکتریکی که یک کمیت نرده ای می باشد خواهیم پرداخت و موارد استفاده ی آن در علم الکتریسیته را خواهیم آموخت. اختلاف پتانسیل عامل شارش بار محسوب می شود.



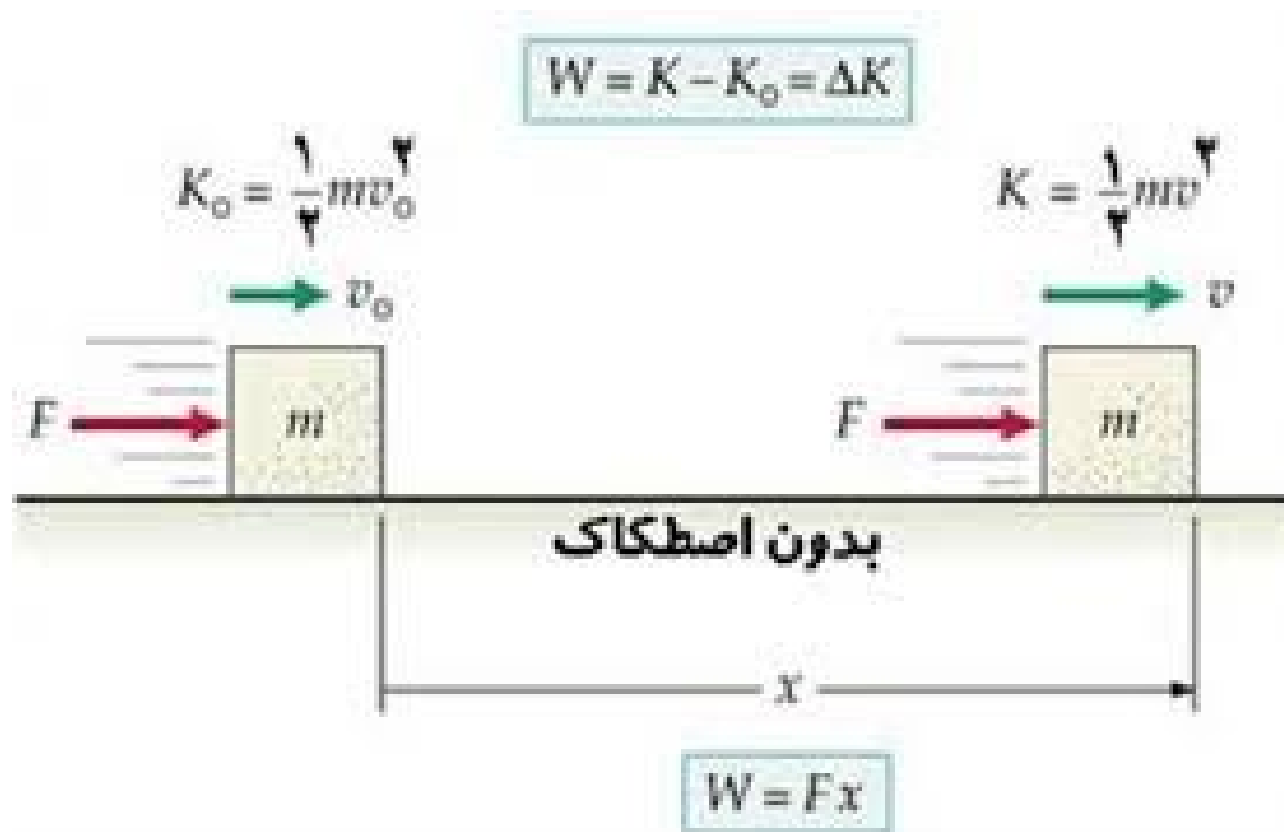
یادآوری: کار



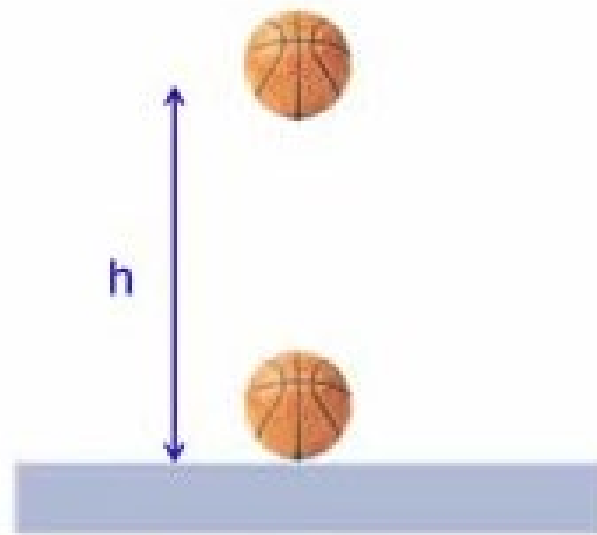
$$W = Fd \cos \theta$$



یادآوری: کار



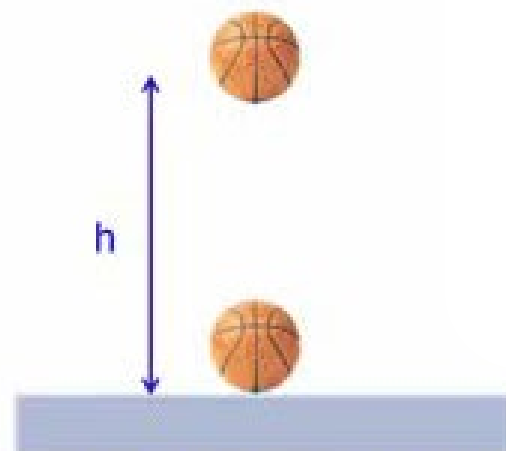
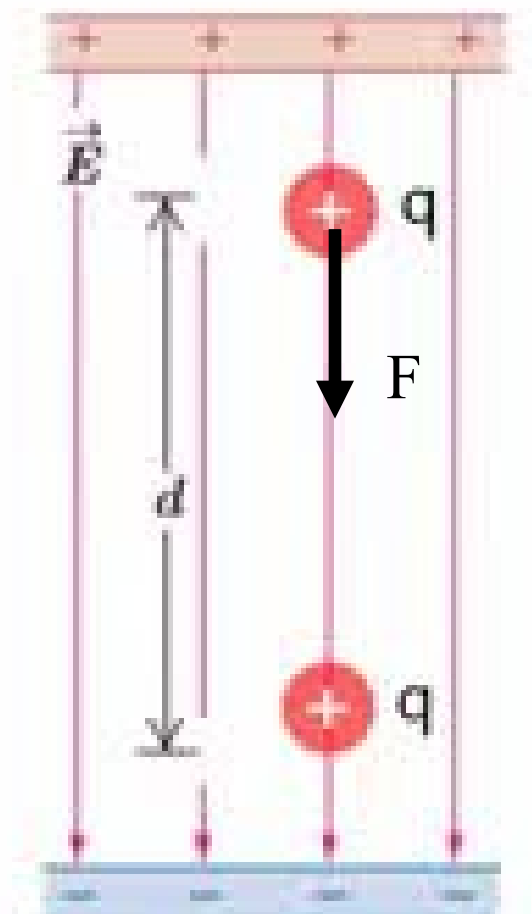
یادآوری: کار



تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی
به انرژی جنبشی

$$\Delta U = -W_g$$

یادآوری: کار

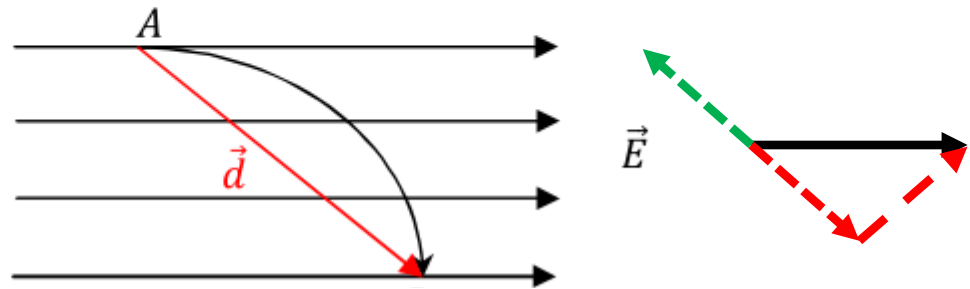


تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی
به انرژی جنبشی

$$\Delta U = -W_g$$

تعریف: اختلاف پتانسیل الکتریکی

هر گاه بار q تحت میدان ثابت $\vec{E}$ را از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B با سرعت ثابت منتقل کنیم کار W_{AB} را انجام می‌دهیم. می‌توان اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را به ترتیب زیر تعریف نمود.



تعریف پتانسیل: مقدار کاری که انجام می‌دهیم تا واحد بار الکتریکی را از نقطه‌ی A به B ببریم برابر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B می‌باشد. داریم:

$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{AB}}{q}$$

واحد اختلاف پتانسیل در $S.I.$ همان $\left[\frac{J}{C}\right]$ می‌باشد که به علت اهمیت پتانسیل الکتریکی واحد آن را ولت $[V]$ می‌نامیم.

تعریف: اختلاف پتانسیل الکتریکی

مثال (۱) بار $4\mu c$ را از نقطه ی A به B می بریم اگر در این جابجایی 10 mJ کار انجام دهیم، الف) اختلاف پتانسیل دو نقطه را به دست آورید. ب) با فرض اینکه پتانسیل $A = -1000\text{ V}$ باشد پتانسیل نقطه B چقدر خواهد بود.

حل: الف) داریم:

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q}$$

$$V_B - V_A = \frac{10 \cdot 10^{-3}}{4 \cdot 10^{-6}} = 2.5 \cdot 10^3 = 2500\text{ V}$$

ب) داریم:

$$V_B - V_A = 2500$$

$$V_B - (-1000) = 2500$$

$$V_B = 2500 - 1000$$

$$V_B = 1500\text{ V}$$

تعریف: اختلاف پتانسیل الکتریکی

مثال (۲) بار $200\mu c$ را از پتانسل $800 V$ به پتانسیل $100 V$ منتقل می کنیم، مقدار کاری که انجام داده ایم را محاسبه نمایید.

حل:

$$V_A = 800V$$

$$V_B = 100V$$

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q}$$

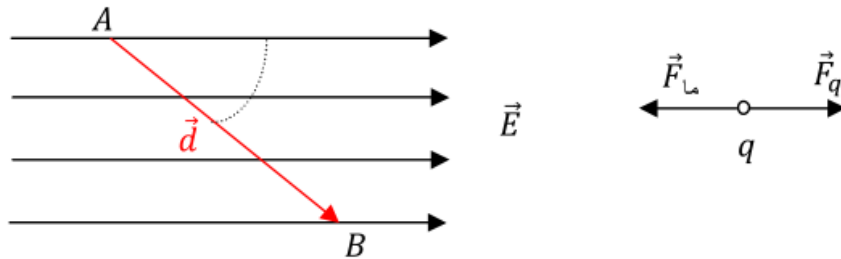
$$W_{AB} = q(V_B - V_A)$$

$$W_{AB} = 200 * 10^{-6}(100 - 800)$$

$$W_{AB} = 200 * 10^{-6}(-700)$$

$$W_{AB} = -140000 * 10^{-6} = -0.14 j$$

تعریف: اختلاف پتانسیل و میدان الکتریکی



$$\vec{F}_q = q\vec{E}$$

$$W_{AB} = \vec{F}_e \cdot \vec{d}$$

می توان به جای نیروی ما از نیروی میدان بر بار کمک گرفت. داریم:

$$\vec{F}_e = -\vec{F}_q = -q\vec{E}$$

$$W_{AB} = \vec{F}_e \cdot \vec{d} = -q\vec{E} \cdot \vec{d} = -qEd \cos \theta$$

$$V_B - V_A = \frac{W_{AB}}{q} = \frac{-qEd \cos \theta}{q}$$

$$\Delta V = -Ed \cos \theta$$

تعریف: اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی

مثال (۳) ثابت کنید جابجایی در جهت میدان منجر به کاهش پتانسیل و در خلاف جهت میدان منجر به افزایش پتانسیل می شود و در جهت عمود بر خطوط میدان پتانسیل تغییر نمی کند.

حل:

الف) برای حرکت در جهت میدان زاویه بین جابجایی و میدان برابر صفر می شود. داریم:

$$\theta = 0$$

$$\Delta V = -Ed \cos 0 = -Ed$$

یعنی در جهت میدان پتانسیل به اندازه Ed ، کاهش می یابد.

ب) برای حرکت در خلاف میدان هم داریم:

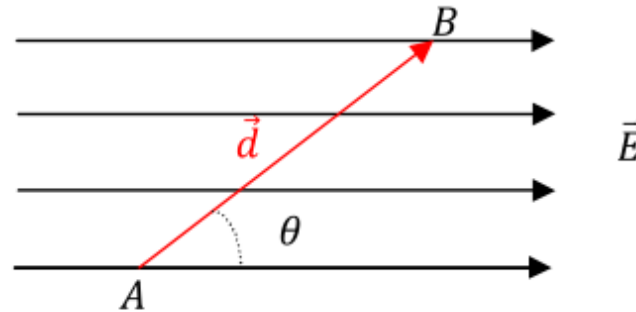
$$\theta = 180$$

$$\Delta V = -Ed \cos 180 = -Ed(-1) = Ed$$

تعریف: اختلاف پتانسیل

مثال (۴) الف) در شکل اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را به دست آورید. ب) اگر مسیر را برعکس حرکت کنیم در آن صورت اختلاف پتانسیل چقدر می شود.

$$\theta = 30^\circ, \quad d = 50 \text{ cm}, \quad E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



حل: الف) داریم:

$$\Delta V = -Ed \cos \theta$$

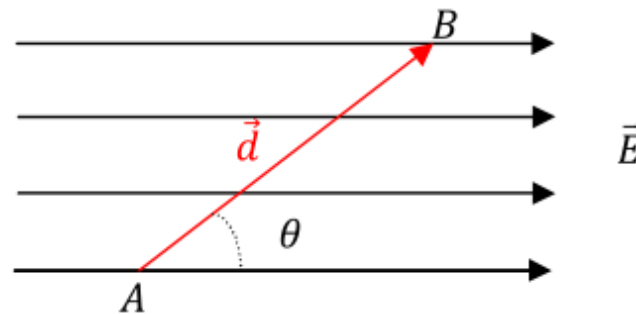
$$\Delta V = -10^5 * 50 * 10^{-2} * \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\Delta V = -25\sqrt{3} * 10^3 \text{ V}$$

تعریف: اختلاف پتانسیل

مثال (۴) الف) در شکل اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را به دست آورید. ب) اگر مسیر را برعکس حرکت کنیم در آن صورت اختلاف پتانسیل چقدر می شود.

$$\theta = 30^\circ, \quad d = 50 \text{ cm}, \quad E = 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



ب) در مسیر خلاف از B به A زاویه بین میدان و جابجایی چنین می شود. داریم:

$$\theta = 180 - 30 = 150^\circ$$

$$\Delta V = -Ed \cos 150$$

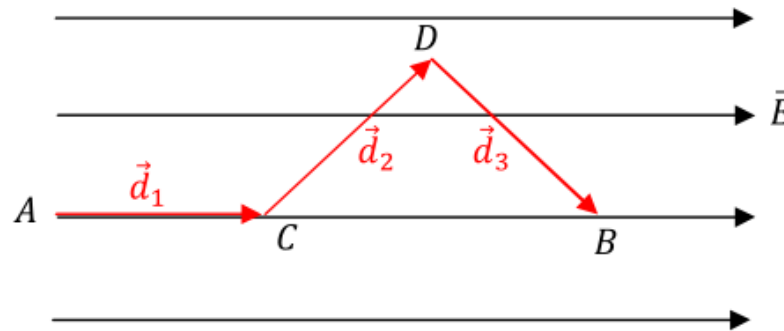
$$\Delta V = -10^5 * 50 * 10^{-2} * \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$\Delta V = +25\sqrt{3} * 10^3 \text{ V}$$

تعریف: اختلاف پتانسیل

مثال (۵) در شکل زیر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B را بدست آورید.

$$\theta_3 = 60^\circ, \theta_2 = 60^\circ, \theta_1 = 0^\circ, d_1 = d_2 = d_3 = 2 \text{ m}, E = 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$$



$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{AC} + \Delta V_{CD} + \Delta V_{DB}$$

حل:

$$\Delta V_{AB} = \Delta V_{AC} + \Delta V_{CD} + \Delta V_{DB}$$

$$\Delta V_{AC} = -Ed \cos 0 = -10^6 * 2 * 1 = -2 * 10^6 \text{ V}$$

$$\Delta V_{CD} = -Ed \cos 60 = -10^6 * 2 * \frac{1}{2} = -1 * 10^6 \text{ V}$$

$$\Delta V_{DB} = -Ed \cos 60 = -10^6 * 2 * \frac{1}{2} = -1 * 10^6 \text{ V}$$

$$\Delta V_{AB} = (-2 - 1 - 1) * 10^6 = -4 * 10^6 \text{ V}$$

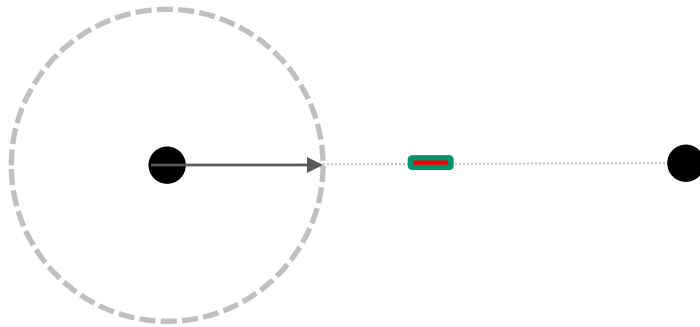
اگر مسیر را مستقیم در نظر بگیریم می توان نوشت:

$$\Delta V_{AB} = -Ed \cos 0 = -10^6 * 4 * 1 = -4 * 10^6 \text{ V}$$

تعریف: پتانسیل بار نقطه‌ای

تعریف پتانسیل: مقدار کاری که انجام می دهیم تا واحد بار الکتریکی را از نقطه ی A به B ببریم برابر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه ی A و B می باشد. داریم:

$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{AB}}{q}$$



$$F = k \frac{qq'}{r^2}$$

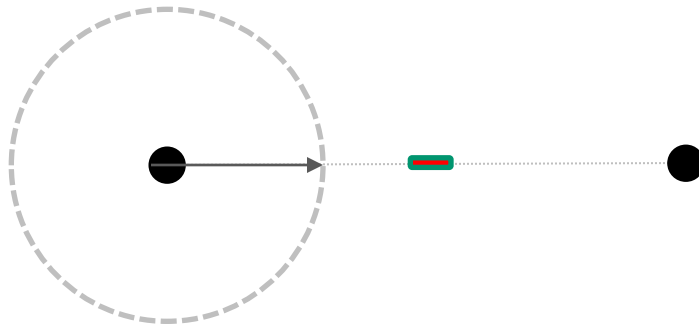
$$dW_{AB} = F \cdot dr = k \frac{qq'}{r^2} \cdot dr$$

$$\int dW_{AB} = \int_{\infty}^r F \cdot dr = \int_{\infty}^r k \frac{qq'}{r'^2} \cdot dr'$$

تعریف: پتانسیل بار نقطه‌ای

تعریف پتانسیل: مقدار کاری که انجام می دهیم تا واحد بار الکتریکی را از نقطه ی A به B ببریم برابر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه ی A و B می باشد. داریم:

$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{AB}}{q}$$



$$V(r) = k \frac{q}{r}$$

تعریف: پتانسیل بار نقطه‌ای

مثال (۶) در ده سانتی متری از یک بار پتانسیل 100 V ولت است. اندازه بار را حساب کنید.

حل:

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$100 = 9 * 10^9 \times \frac{q}{10 * 10^{-2}}$$

$$q = \frac{100 * 10 * 10^2}{9 * 10^9} = 1.1 * 10^{-9} \text{ C}$$

$$q = 1.1 \text{ nC}$$

تعریف: پتانسیل بار نقطه‌ای

مثال (۷) هسته اتم طلا دارای ۷۹ پروتون و شعاع هسته آن $r = 6.6 * 10^{-15} m$ می‌باشد. پتانسیل الکتریکی را بر روی هسته اتم طلا محاسبه نمایید. به تعداد پروتون‌های هر هسته، عدد اتمی آن هسته گویند و با Z نشان می‌دهند.

حل:

$$q = +ne = 79 * 1.6 * 10^{-19} C$$

$$V = k \frac{q}{r}$$

$$V = 9 * 10^9 \times \frac{79 * 1.6 * 10^{-19}}{6.6 * 10^{-15}}$$

$$V = 1.7 * 10^7 V$$

$$V = 17 * 10^7 V = 170 MV$$

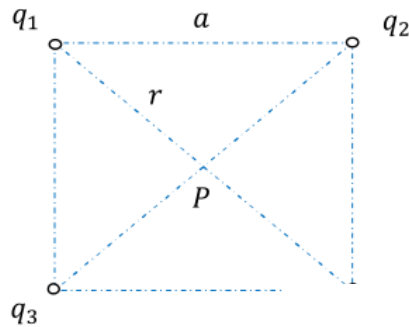
پتانسیل ناشی از چند بار نقطه‌ای

$$V_T = V_1 + V_2 + \dots$$

$$V_T = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + \dots$$

$$V_T = \sum k \frac{q_i}{r_i}$$

پتانسیل ناشی از چند بار نقطه‌ای



مثال (۸) در شکل زیر پتانسیل را در نقطه P محاسبه نمایید.

$$q_4 = 20 \text{ nc} , q_3 = 30 \text{ nc} , q_2 = -20 \text{ nc} , q_1 = 10 \text{ nc} , a = 1 \text{ m}$$

حل:

$$r = \frac{\sqrt{2}}{2} a = 0.71 \times 1$$

$$r = 0.71 \text{ m}$$

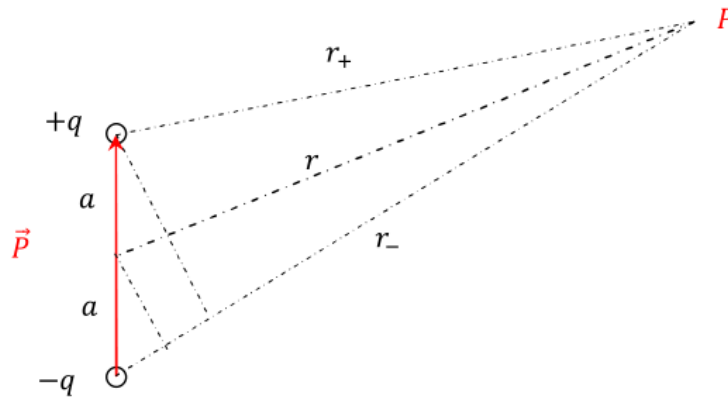
$$V_P = k \frac{q_1}{r} + k \frac{q_2}{r} + k \frac{q_3}{r} + k \frac{q_4}{r} = \frac{k}{r} (q_1 + q_2 + q_3 + q_4)$$

$$V_P = \frac{9 \cdot 10^9}{0.71} (10 - 20 + 30 + 20) \cdot 10^{-9}$$

$$V_P = \frac{9 \cdot 10^9}{0.71} \cdot 40 \cdot 10^{-9}$$

$$V_P \approx 500 \text{ V}$$

پتانسیل ناشی از دو قطبی الکتریکی



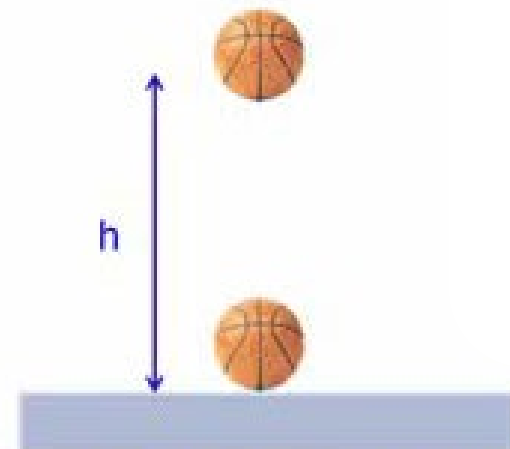
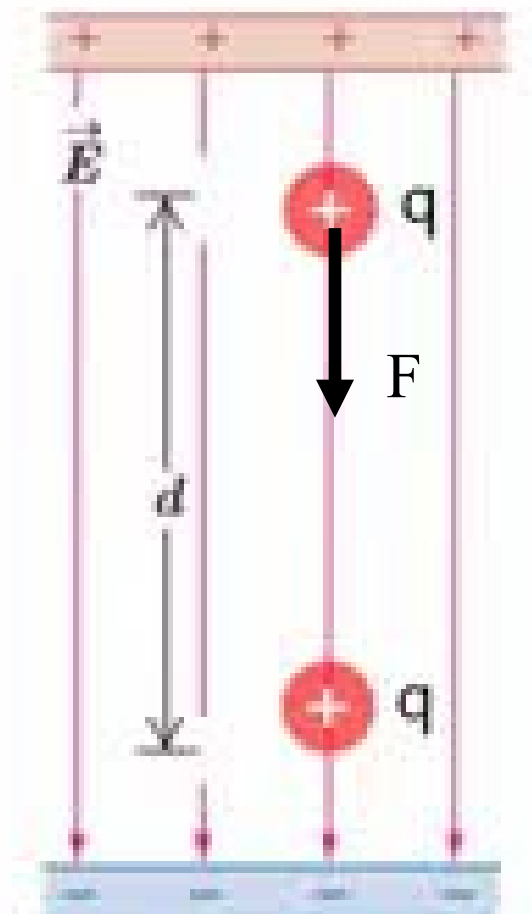
$$V_P = V_+ + V_-$$

$$V_P = k \frac{q}{r_+} + k \frac{-q}{r_-}$$

$$V_P = kq \left(\frac{1}{r_+} - \frac{1}{r_-} \right)$$

$$V_P = kq \left(\frac{r_- - r_+}{r_+ r_-} \right)$$

یادآوری: کار



تبدیل انرژی پتانسیل گرانشی
به انرژی جنبشی

$$\Delta U = -W_g$$

$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{AB}}{q}$$

واحد میدان الکتریکی

$$E = \frac{F}{q}$$

$$\begin{aligned} 1 \text{ N/C} &= \left(1 \frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \left(\frac{1 \text{ V}}{1 \text{ J/C}} \right) \left(\frac{1 \text{ J}}{1 \text{ N} \cdot \text{m}} \right) \\ &= 1 \text{ V/m.} \end{aligned}$$

تعريف: انرژي پتانسيل الكتريكي

$$\Delta U = q \Delta V = q(V_f - V_i).$$

$$\Delta V = V_f - V_i = \frac{U_f}{q} - \frac{U_i}{q} = \frac{\Delta U}{q}$$

$$1 \text{ eV} = e(1 \text{ V})$$

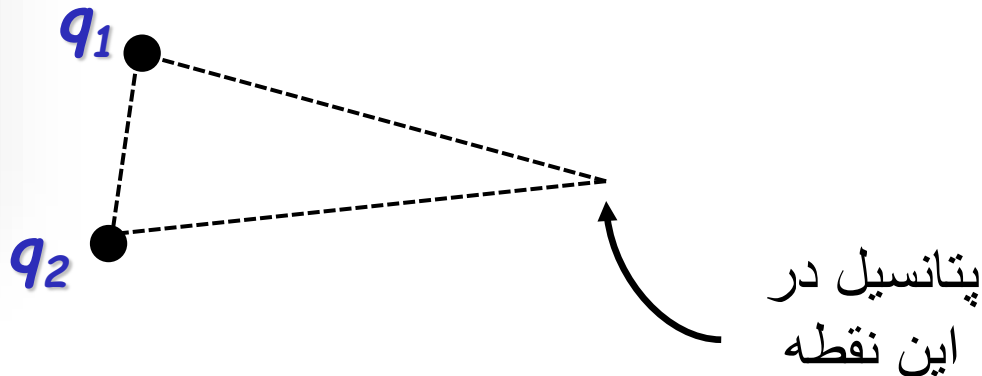
$$= (1.602 \times 10^{-19} \text{ C})(1 \text{ J/C}) = 1.602 \times 10^{-19} \text{ J}.$$

لطفا تصویر پاسخ به سوال زیر را به آدرس

ehsan.bolhasani@gmail.com

ارسال نمایید. (ایمیل‌های دریافتی تا ساعت ۱۷:۴۰ مورد پذیرش می‌باشند)

سوال: در مورد پتانسیل سیستمی متشکل از دو بار نقطه‌ای هر چه می‌توانید توضیح دهید (پتانسیل در نقطه‌ای با فاصله مشخص از هر بار نقطه‌ای).



$$d\vec{s}$$

$$d\vec{s} = dx\hat{i}$$

$$\vec{s} = \int_i^f d\vec{s} = \hat{i} \int_{x_i}^{x_f} dx$$

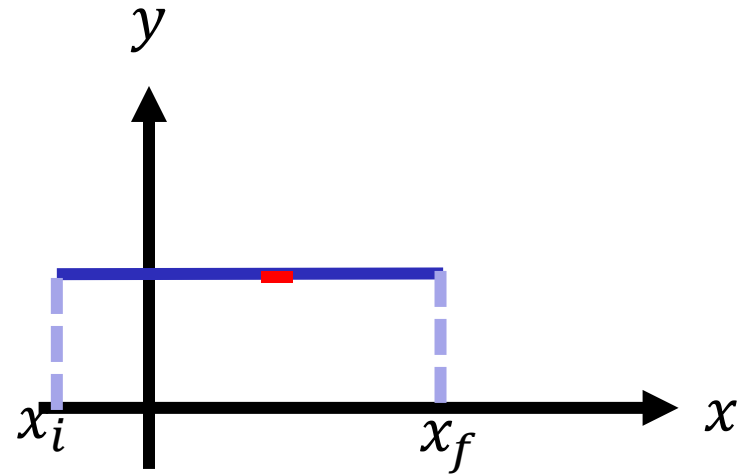
$$d\vec{s} = dy\hat{j}$$

$$\vec{s} = \int_i^f d\vec{s} = \hat{j} \int_{y_i}^{y_f} dy$$

$d\vec{s}$

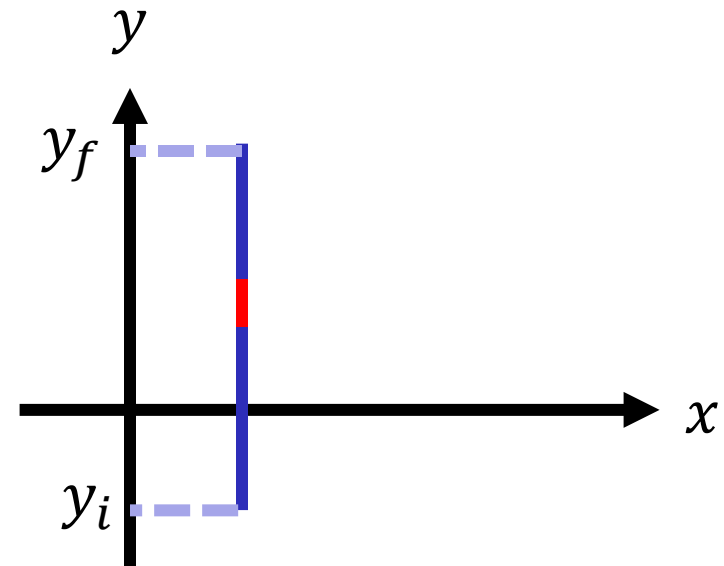
$$d\vec{s} = dx\hat{i}$$

$$S = \int_i^f |d\vec{s}| = \int_{x_i}^{x_f} dx$$



$$d\vec{s} = dy\hat{j}$$

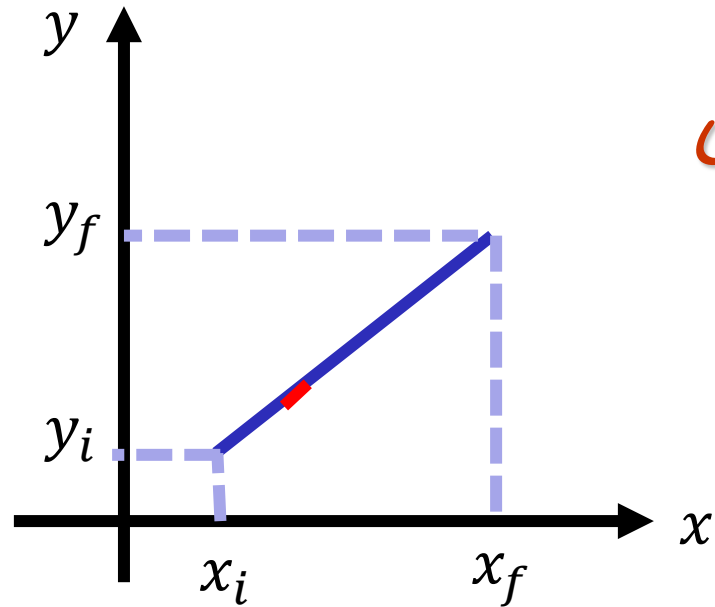
$$S = \int_i^f |d\vec{s}| = \int_{y_i}^{y_f} dy$$



$$y = 8x$$

$$dy = 8dx$$

$$\frac{dy}{dx} = 8$$



البان طول

$$d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$

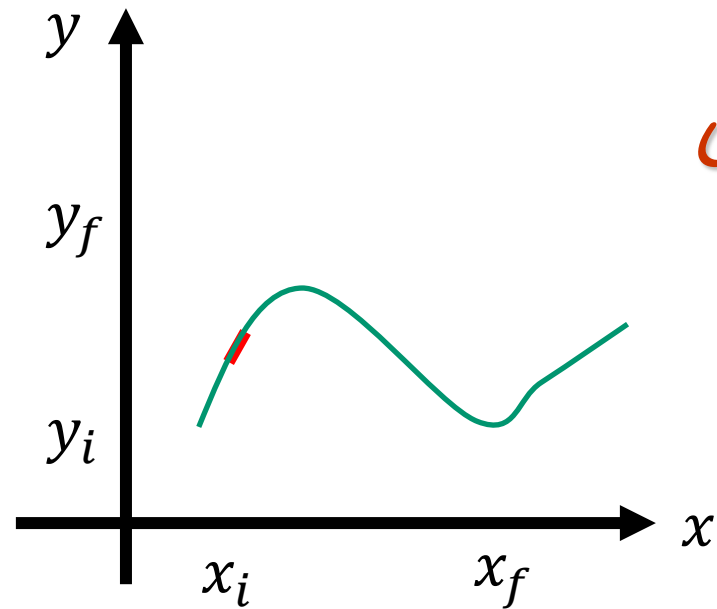
$$S = \int_i^f |d\vec{s}| = \int_i^f \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} \sqrt{(dx)^2 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]} = \int_i^f dx \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]}$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} dx \sqrt{[1 + (8)^2]} = (\sqrt{65}) \int_{x_i}^{x_f} dx = (\sqrt{65})(x_f - x_i)$$

$$y = f(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$



البان طول

$$d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j}$$

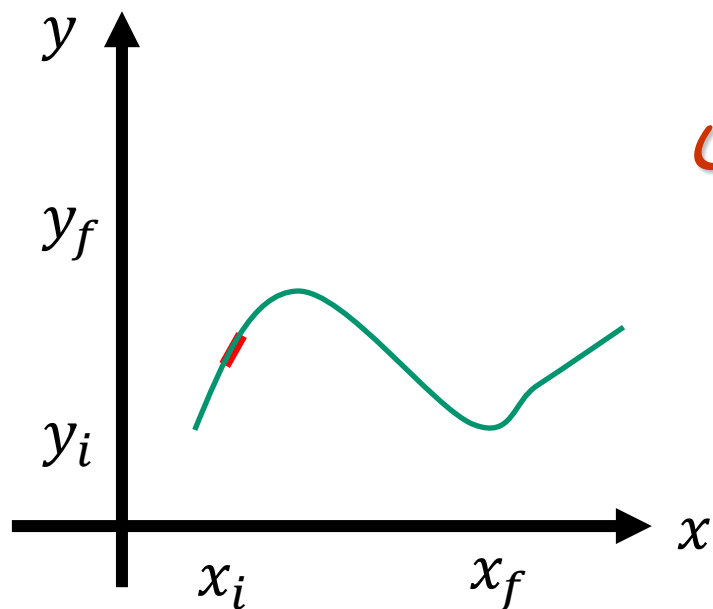
$$S = \int_i^f |d\vec{s}| = \int_i^f \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2}$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} \sqrt{(dx)^2 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]} = \int_i^f dx \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]}$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} dx \sqrt{[1 + (f'(x))^2]}$$

$$y = f(x)$$

$$\frac{dy}{dx} = f'(x)$$



البان طول

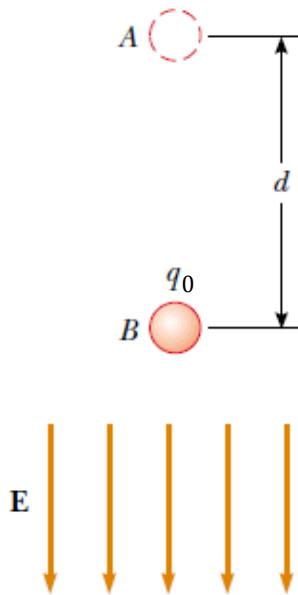
$$d\vec{s} = dx\hat{i} + dy\hat{j} + dz\hat{k}$$

$$S = \int_i^f |d\vec{s}| = \int_i^f \sqrt{(dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2}$$

$$= \int_{x_i}^{x_f} \sqrt{(dx)^2 \left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 \right]} = \int_i^f dx \sqrt{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dx} \right)^2 \right]}$$

تعريف: انرژي پتانسيل الكتريكي

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$



$$W_e = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

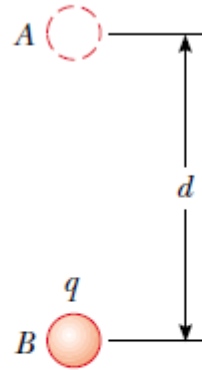
$$dU = - q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}.$$

$$\Delta U = U_B - U_A$$

$$\Delta U = - q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$

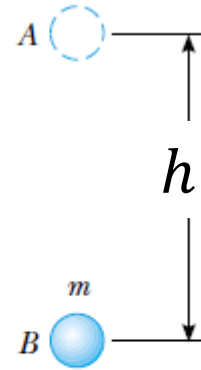


(a)

$$W_e = \vec{F} \cdot d\vec{s} = q\vec{E} \cdot d\vec{s}$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= -q \int_A^B \vec{E} \cdot d\vec{s} \\ &= -q \vec{E} \cdot \vec{d} = -qEd \end{aligned}$$

$$\vec{F} = m\vec{g}$$



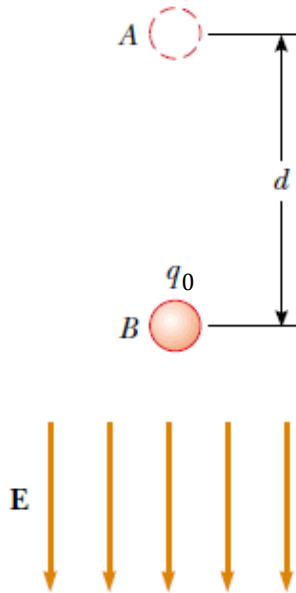
(b)

$$W_g = \vec{F} \cdot d\vec{s} = m\vec{g} \cdot d\vec{s}$$

$$\begin{aligned} \Delta U &= -m \int_A^B \vec{g} \cdot d\vec{s} \\ &= -m \vec{g} \cdot \vec{h} = -mgh \end{aligned}$$

انرژی پتانسیل الکتریکی

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$



$$W_e = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s} = q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

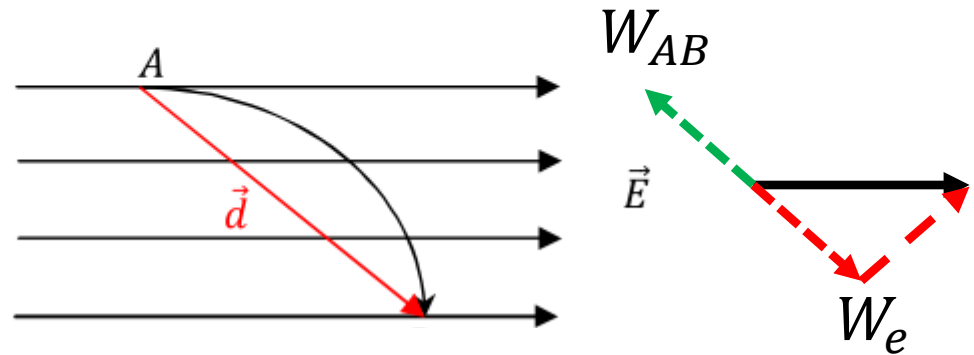
$$dU = - q_0 \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}.$$

$$\Delta U = U_B - U_A$$

$$\Delta U = - q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

تعریف: اختلاف پتانسیل الکتریکی

هر گاه بار q تحت میدان ثابت $\vec{E}$ را از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B با سرعت ثابت منتقل کنیم کار W_{AB} را انجام می‌دهیم. می‌توان اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را به ترتیب زیر تعریف نمود.

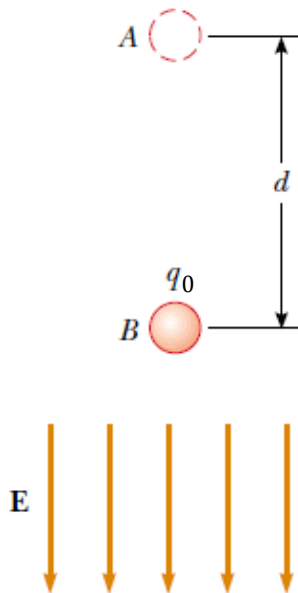


تعریف پتانسیل: مقدار کاری که انجام می‌دهیم تا واحد بار الکتریکی را از نقطه‌ی A به B ببریم برابر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B می‌باشد. داریم:

$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{AB}}{q}$$

واحد اختلاف پتانسیل در $S.I.$ همان $\left[\frac{J}{C}\right]$ می‌باشد که به علت اهمیت پتانسیل الکتریکی واحد آن را ولت $[V]$ می‌نامیم.

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$



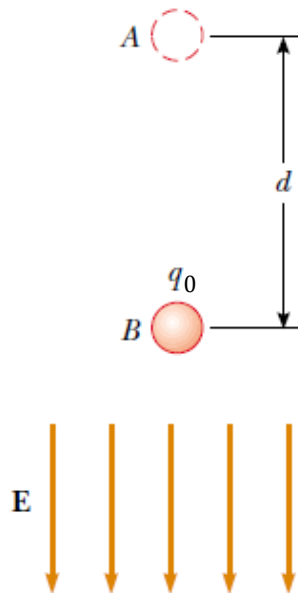
$$V = \frac{U}{q_0}$$

$$\Delta U = -q_0 \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\vec{F} = q_0 \vec{E}$$

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

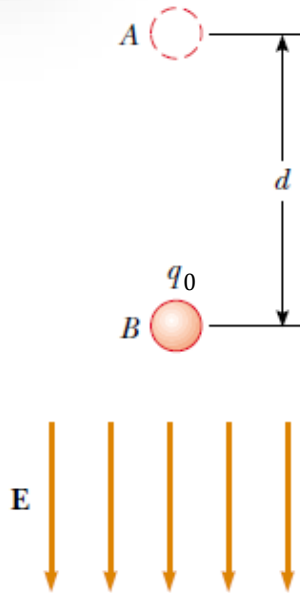


$$1 \text{ V} \equiv 1 \frac{\text{J}}{\text{C}}$$

$$1 \frac{\text{N}}{\text{C}} = 1 \frac{\text{V}}{\text{m}}$$

$$1 \text{ eV} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ C} \cdot \text{V} = 1.60 \times 10^{-19} \text{ J}$$

اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت



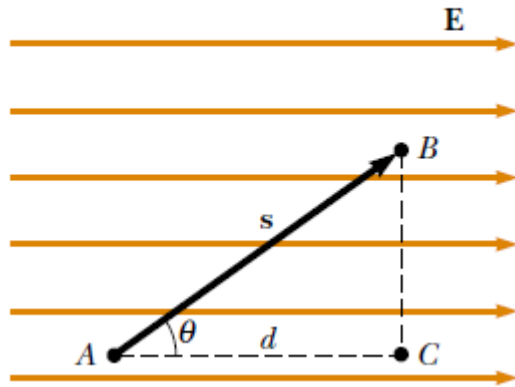
$$|\mathbf{s}| = d,$$

$$V_B - V_A = \Delta V = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \int_A^B (E \cos 0^\circ) ds = - \int_A^B E ds$$

$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

$$\Delta U = q_0 \Delta V = -q_0 Ed$$

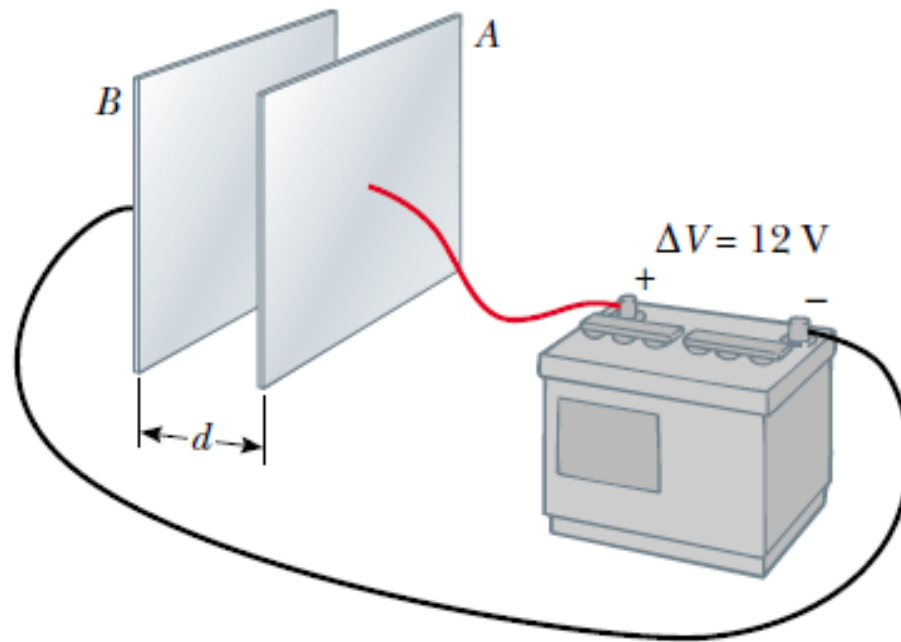
اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت



$$\Delta V = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = - \mathbf{E} \cdot \int_A^B d\mathbf{s} = - \mathbf{E} \cdot \mathbf{s}$$

$$\Delta U = q_0 \Delta V = - q_0 \mathbf{E} \cdot \mathbf{s}$$

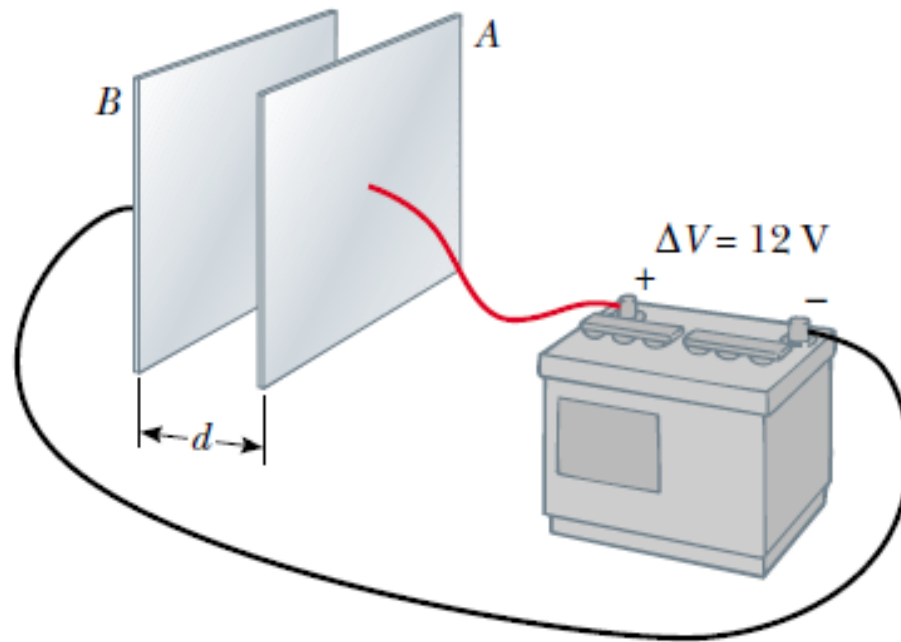
اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت



$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \text{ V}}{0.30 \times 10^{-2} \text{ m}} = 4.0 \times 10^3 \text{ V/m}$$

اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت



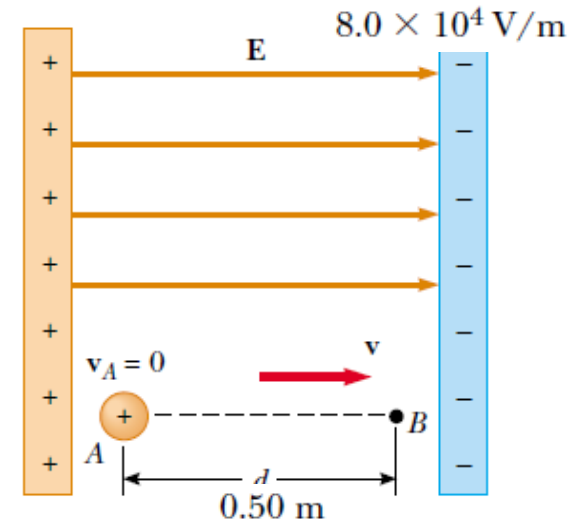
$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

$$E = \frac{|V_B - V_A|}{d} = \frac{12 \text{ V}}{0.30 \times 10^{-2} \text{ m}} = 4.0 \times 10^3 \text{ V/m}$$

اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت

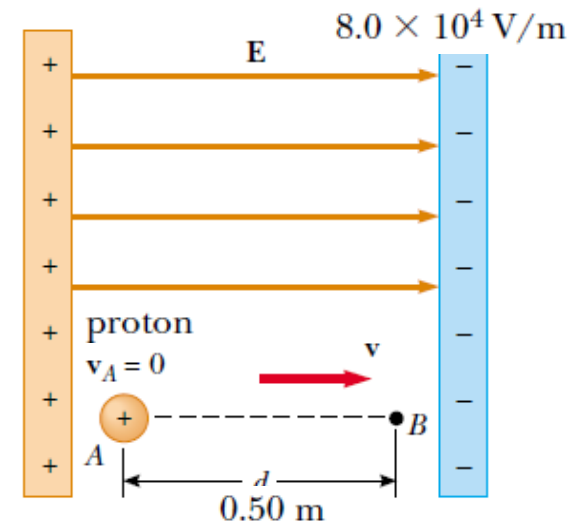
$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

$$\Delta V =$$



اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت

$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

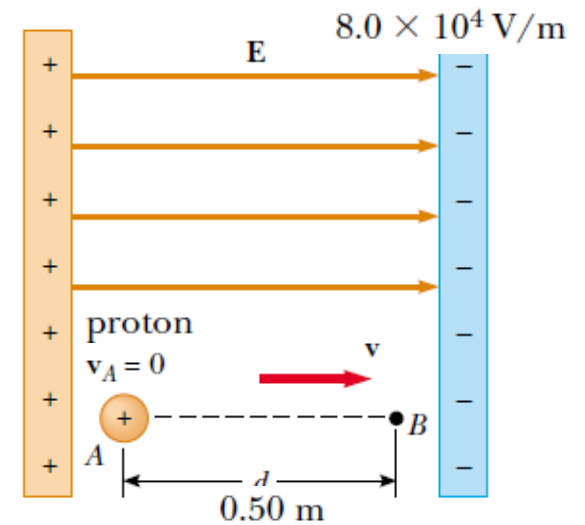


$$\Delta V = -Ed = -(8.0 \times 10^4 \text{ V/m})(0.50 \text{ m}) = -4.0 \times 10^4 \text{ V}$$

اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت

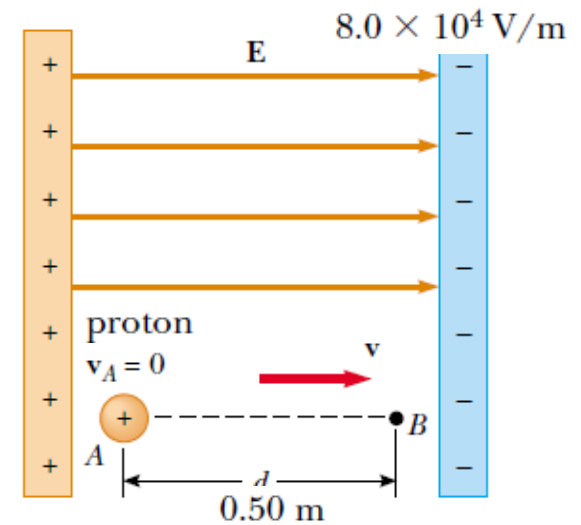
$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$

$$\Delta U =$$



اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت

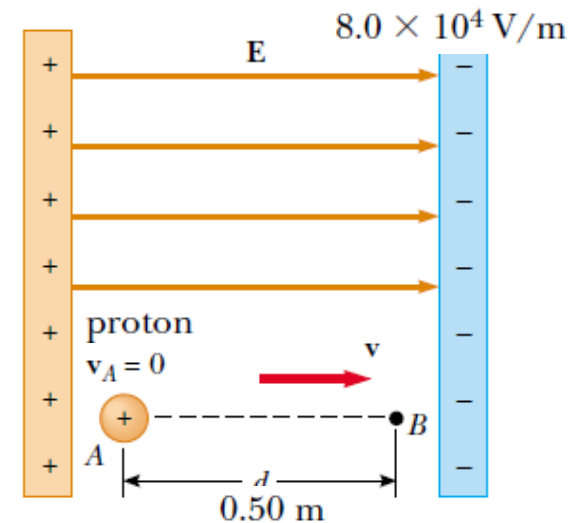
$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$



سرعت پروتون در نقطه B ؟

اختلاف پتانسیل در میدان الکتریکی یکنواخت

$$\Delta V = -E \int_A^B ds = -Ed$$



$$\Delta K + \Delta U = 0$$

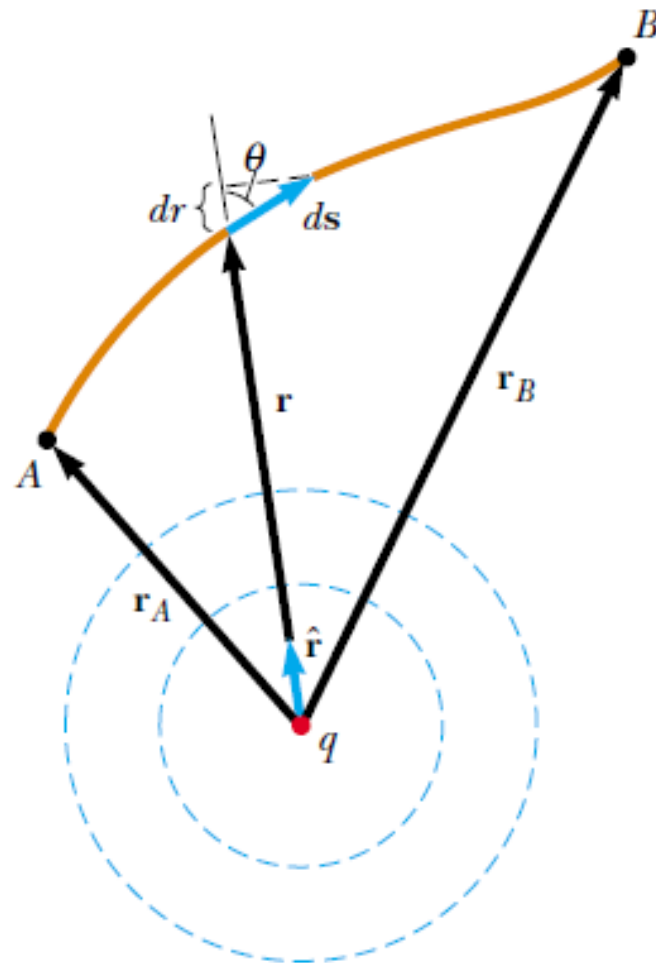
$$\left(\frac{1}{2}mv^2 - 0\right) + e \Delta V = 0$$

$$v = \sqrt{\frac{-(2e \Delta V)}{m}}$$

$$= \sqrt{\frac{-2(1.6 \times 10^{-19} \text{ C})(-4.0 \times 10^4 \text{ V})}{1.67 \times 10^{-27} \text{ kg}}}$$

$$= 2.8 \times 10^6 \text{ m/s}$$

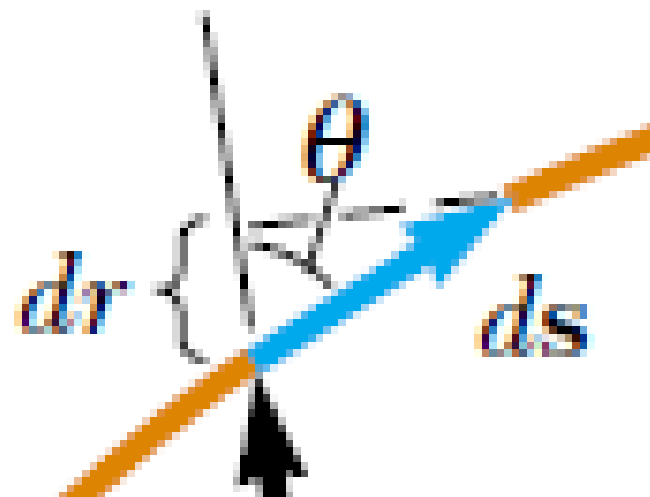
پتانسیل بار نقطه‌ای



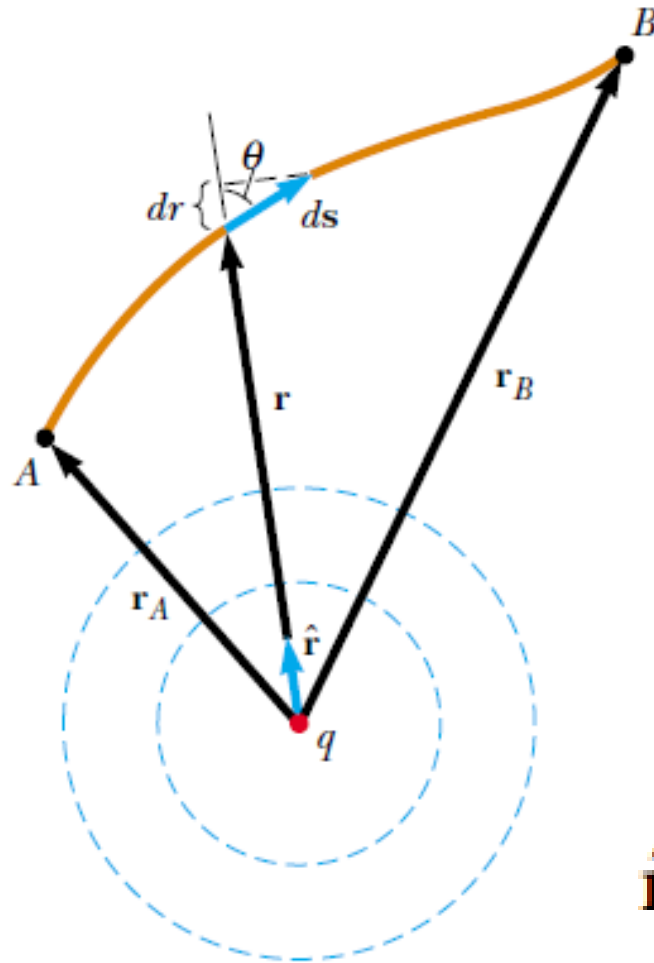
$$V_B - V_A = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathbf{E} = k_e q \hat{\mathbf{r}} / r^2$$

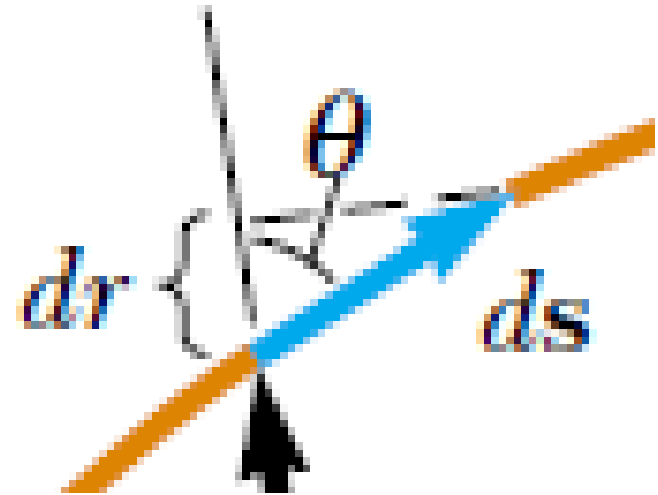
$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s}$$



پتانسیل بار نقطه‌ای



$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s}$$

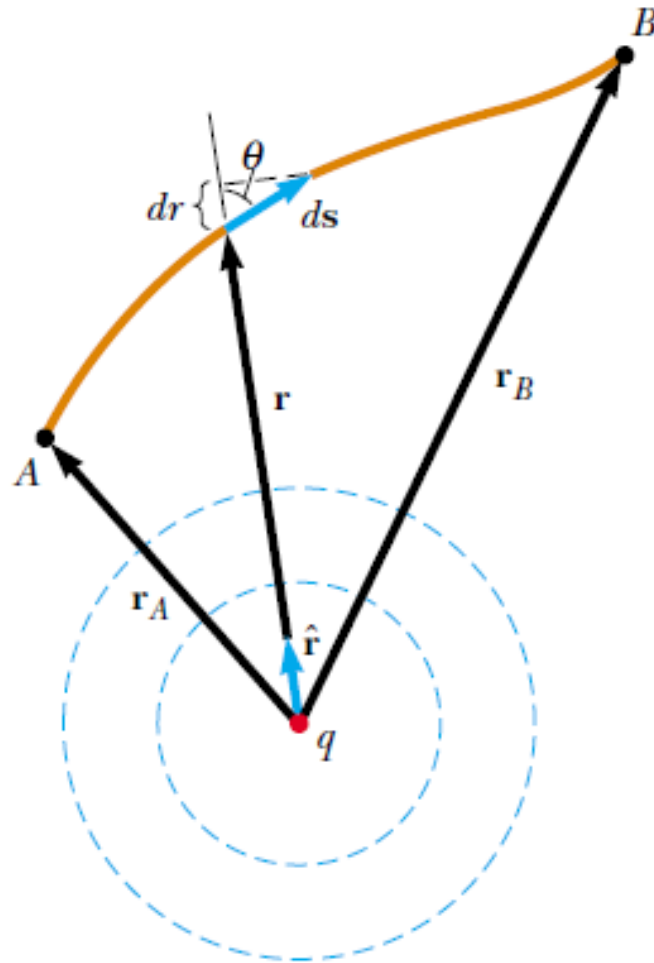


$$\hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} = ds \cos \theta$$

$$\cos \theta = \frac{dr}{ds}$$

$$\hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} = dr$$

پتانسیل بار نقطه‌ای



$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\hat{\mathbf{r}} \cdot d\mathbf{s} = dr$$

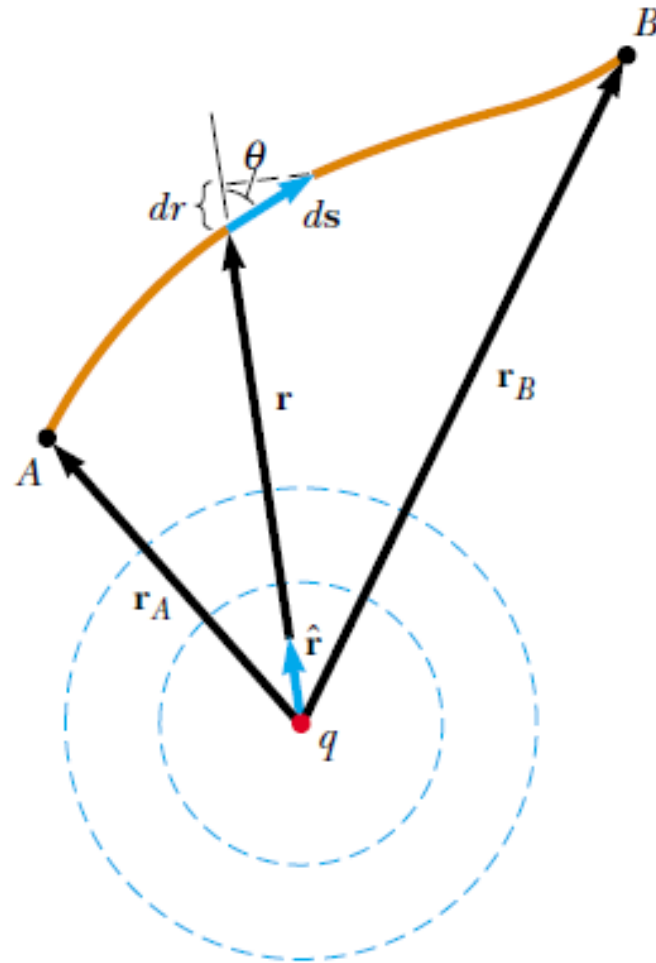
$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = k_e \frac{q}{r^2} dr$$

$$V_B - V_A = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$V_B - V_A = - k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \left[\frac{k_e q}{r} \right]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

پتانسیل بار نقطه‌ای



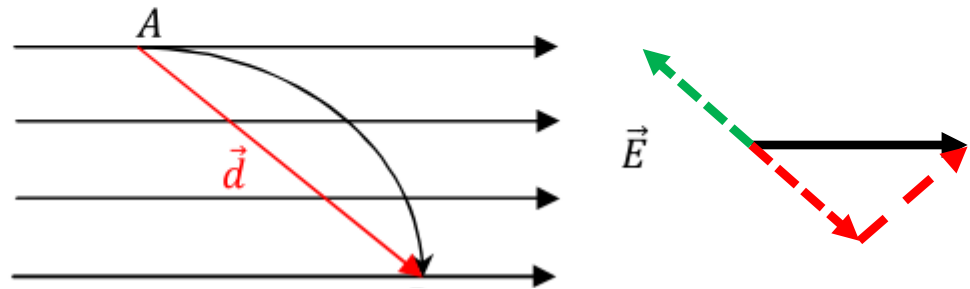
$$V_B - V_A = -k_e q \int_{r_A}^{r_B} \frac{dr}{r^2} = \left. \frac{k_e q}{r} \right]_{r_A}^{r_B}$$

$$V_B - V_A = k_e q \left[\frac{1}{r_B} - \frac{1}{r_A} \right]$$

$$V = k_e \frac{q}{r}$$

تعریف: اختلاف پتانسیل الکتریکی

هر گاه بار q تحت میدان ثابت $\vec{E}$ را از نقطه‌ی A به نقطه‌ی B با سرعت ثابت منتقل کنیم کار W_{AB} را انجام می‌دهیم. می‌توان اختلاف پتانسیل دو نقطه A و B را به ترتیب زیر تعریف نمود.

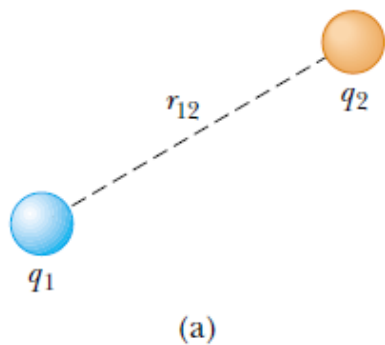


تعریف پتانسیل: مقدار کاری که انجام می‌دهیم تا واحد بار الکتریکی را از نقطه‌ی A به B ببریم برابر اختلاف پتانسیل بین دو نقطه‌ی A و B می‌باشد. داریم:

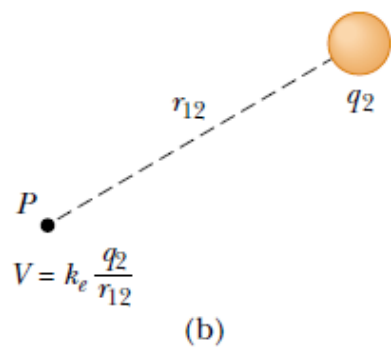
$$V_B - V_A = \Delta V = \frac{W_{AB}}{q}$$

واحد اختلاف پتانسیل در $S.I.$ همان $\left[\frac{J}{C}\right]$ می‌باشد که به علت اهمیت پتانسیل الکتریکی واحد آن را ولت $[V]$ می‌نامیم.

انرژی پتانسیل سیستمی شامل دو بار نقطه‌ای



$$V = k_e \frac{q}{r}$$



$$W = q_1 \Delta V = q_1 (V_\infty - V_P)$$

$$U = k_e \frac{q_1 q_2}{r_{12}}$$

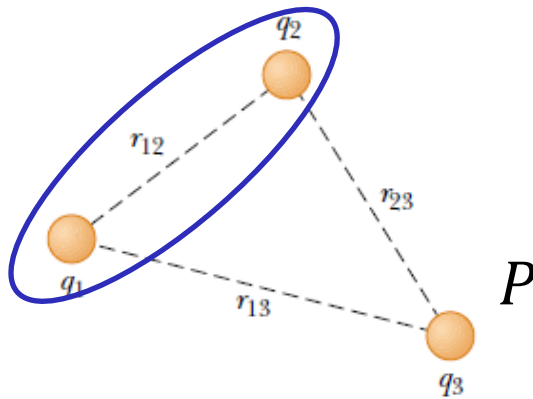
پتانسیل ناشی از چند بار نقطه‌ای

$$V_T = V_1 + V_2 + \dots$$

$$V_T = k \frac{q_1}{r_1} + k \frac{q_2}{r_2} + \dots$$

$$V_T = \sum k \frac{q_i}{r_i}$$

انرژی پتانسیل سیستمی شامل سه بار نقطه‌ای



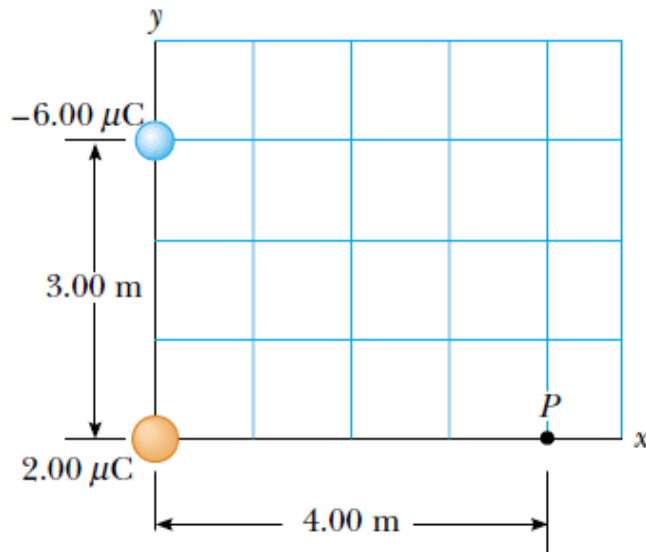
$$V = k_e \frac{q}{r}$$

$$W = q_3 \Delta V = q_3 (V_\infty - V_P)$$

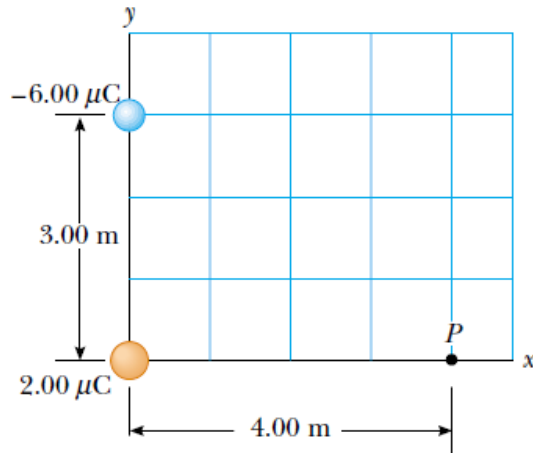
$$U = k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right)$$

انرژی پتانسیل

مثال: یک بار نقطه‌ای $q_1 = 2\mu\text{C}$ و یک بار نقطه‌ای $q_2 = -6\mu\text{C}$ در نقطه $(0,3)$ متر مطابق شکل قرار دارند.
الف) پتانسل الکتریکی کل، ناشی از این سیستم در نقطه p به مختصات $(4,0)$ متر چقدر است؟



انرژي پتانسيل



$$V_P = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right)$$

$$V_P = (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2)$$

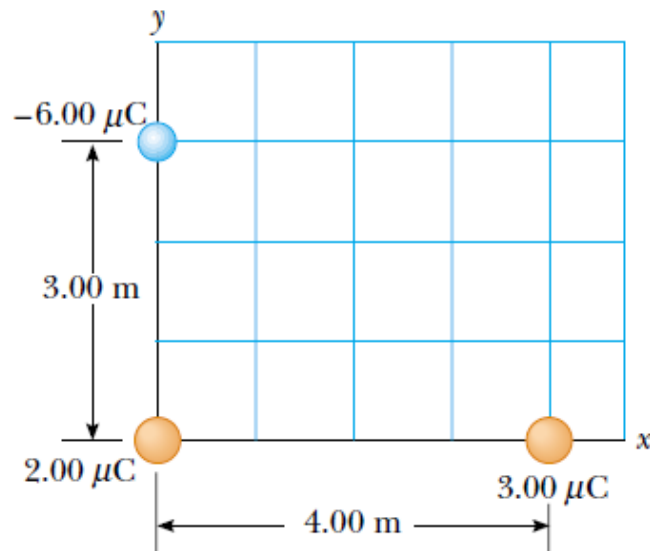
$$\times \left(\frac{2.00 \times 10^{-6} \text{ C}}{4.00 \text{ m}} - \frac{6.00 \times 10^{-6} \text{ C}}{5.00 \text{ m}} \right)$$

$$= -6.29 \times 10^3 \text{ V}$$

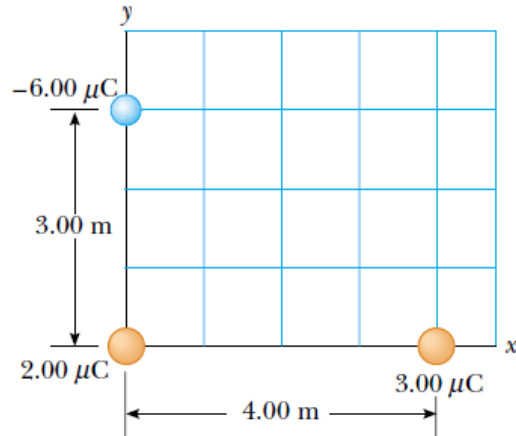
انرژی پتانسیل

مثال: یک بار نقطه‌ای $q_1 = 2\mu\text{C}$ و یک بار نقطه‌ای $q_2 = -6\mu\text{C}$ در نقطه $(0,3)$ متر مطابق شکل قرار دارند.

الف) اگر بار نقطه‌ای $q_3 = 3\mu\text{C}$ را از بینهایت به نقطه p در مکان $(4,0)$ متر بیاوریم، انرژی پتانسیل سیستم چقدر تغییر می‌کند؟



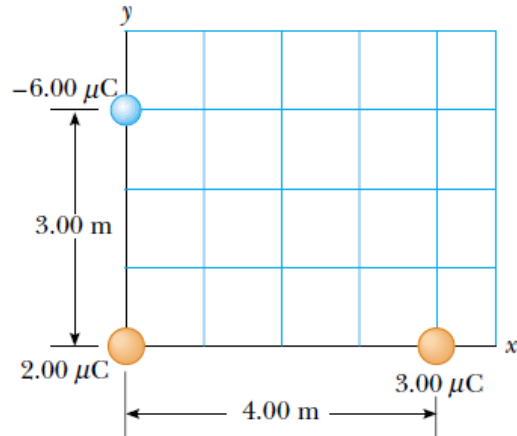
انرژی پتانسیل



حل: وقتی بار q_3 در بینهایت قرار دارد می توان $U_i = 0$ تعریف کرد
بدین ترتیب وقتی بار q_3 در نقطه p قرار گیرد $U_f = q_3 V_p$

$$\begin{aligned}\Delta U &= q_3 V_P - 0 = (3.00 \times 10^{-6} \text{ C})(-6.29 \times 10^3 \text{ V}) \\ &= -1.89 \times 10^{-2} \text{ J}\end{aligned}$$

انرژی پتانسیل



سوال: چرا از رابطه زیر انرژی پتانسیل سیستم سه ذره‌ای را محاسبه نکردیم؟

$$\begin{aligned} U &= k_e \left(\frac{q_1 q_2}{r_{12}} + \frac{q_1 q_3}{r_{13}} + \frac{q_2 q_3}{r_{23}} \right) \\ &= (8.99 \times 10^9 \text{ N} \cdot \text{m}^2 / \text{C}^2) \\ &\quad \times \left(\frac{(2.00 \times 10^{-6} \text{ C})(-6.00 \times 10^{-6} \text{ C})}{3.00 \text{ m}} \right. \\ &\quad + \frac{(2.00 \times 10^{-6} \text{ C})(3.00 \times 10^{-6} \text{ C})}{4.00 \text{ m}} \\ &\quad \left. + \frac{(3.00 \times 10^{-6} \text{ C})(-6.00 \times 10^{-6} \text{ C})}{5.00 \text{ m}} \right) \\ &= -5.48 \times 10^{-2} \text{ J} \end{aligned}$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

$$\Delta V \equiv \frac{\Delta U}{q_0} = - \int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$dV = - \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_x dx$$

$$dV = - E_x dx$$

$$E_x = - \frac{dV}{dx}$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

اگر بردار جابجایی در راستای شعاعی باشد:

$$dV = -\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}$$

$$\mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = E_r dr,$$

$$dV = -E_r dr.$$

$$E_r = -\frac{dV}{dr}$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

حالت سه بعدی در مختصات دکارتی:

$$V(x, y, z)$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z}$$

مثال:

$$V = 3x^2y + y^2 + yz,$$

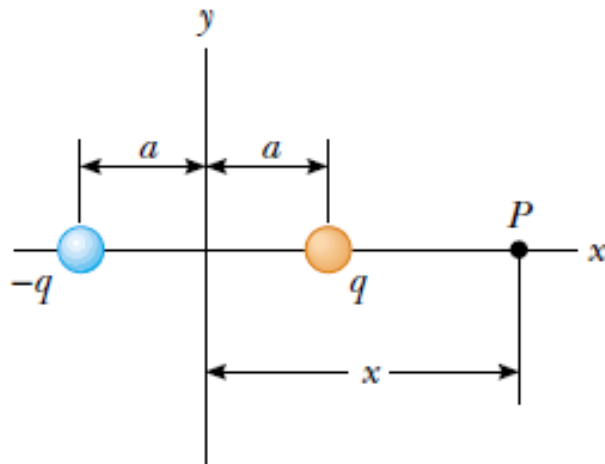
$$\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x} (3x^2y + y^2 + yz) = \frac{\partial}{\partial x} (3x^2y) = 3y \frac{d}{dx} (x^2) = 6xy$$

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} = -6xy$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

مثال: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات به صورت زیر قرار گرفته است.

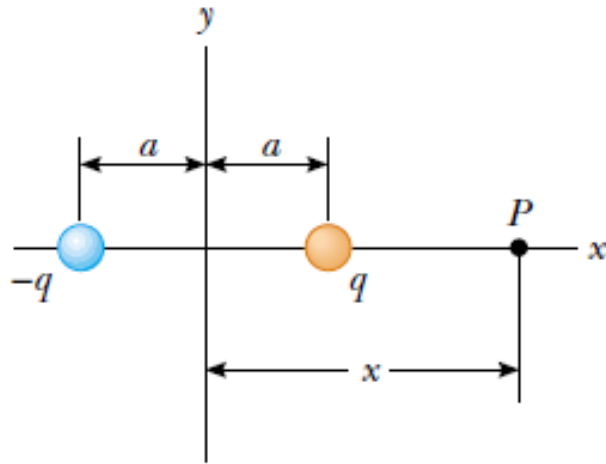
الف) میدان الکتریکی در نقطه p را محاسبه کنید.



بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

مثال: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات به صورت زیر قرار گرفته است.

الف) میدان الکتریکی در نقطه p را محاسبه کنید.

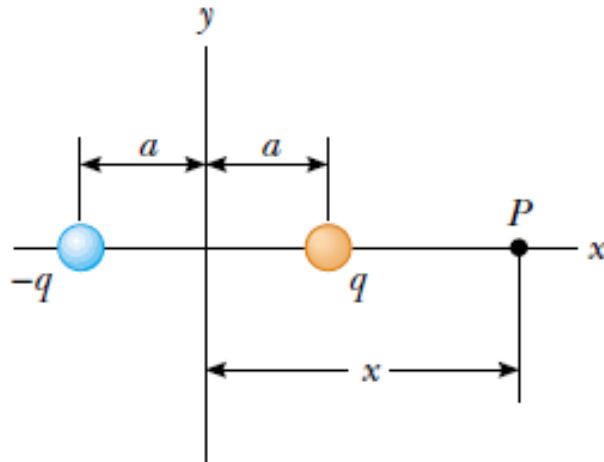


$$V = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q}{x - a} - \frac{q}{x + a} \right) = \frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

مثال: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات به صورت زیر قرار گرفته است.

ب) پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را در نقطه‌های خیلی دور از مبدا محاسبه کنید.

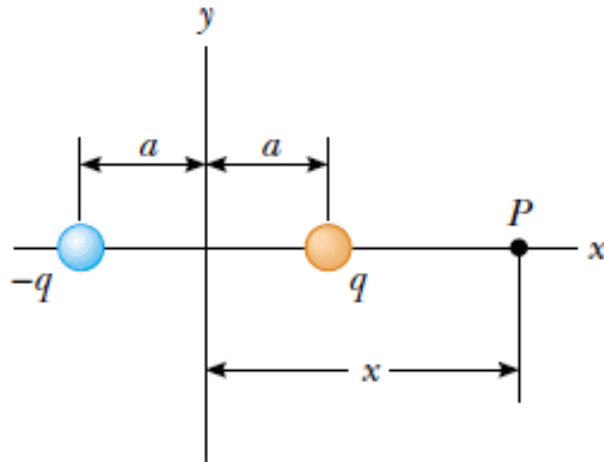


$$x \gg a$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

مثال: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات به صورت زیر قرار گرفته است.

ب) پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را در نقطه‌های خیلی دور از مبدا محاسبه کنید.



$$V = \frac{2k_e qa}{x^2 - a^2}$$

$$x \gg a$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

$$x \gg a \Rightarrow 1 \gg \frac{a}{x} \\ \Rightarrow \frac{a}{x} \rightarrow 0$$

$$V = \frac{2k_e q a}{x^2 - a^2}$$

$$\frac{a}{x} \rightarrow 0$$

$$= 2k_e q a \frac{1}{x^2(1 - (\frac{a}{x})^2)} = \frac{2k_e q a}{x^2} \frac{1}{1 - \cancel{(\frac{a}{x})^2}}$$

$$V \approx \frac{2k_e q a}{x^2}$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

$$V \approx \frac{2k_e q a}{x^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = \frac{4k_e q a}{x^3} \quad (x \gg a)$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

$$\mathbf{E} = - \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial}{\partial z} \right) V$$

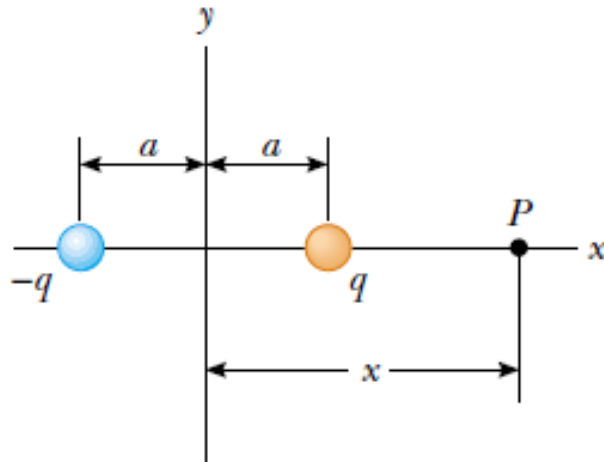
$$\nabla V = \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial}{\partial z} \right) V$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V = - \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial}{\partial z} \right) V$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

مثال: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات به صورت زیر قرار گرفته است.

ج) پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را در بین دو بار محاسبه کنید.



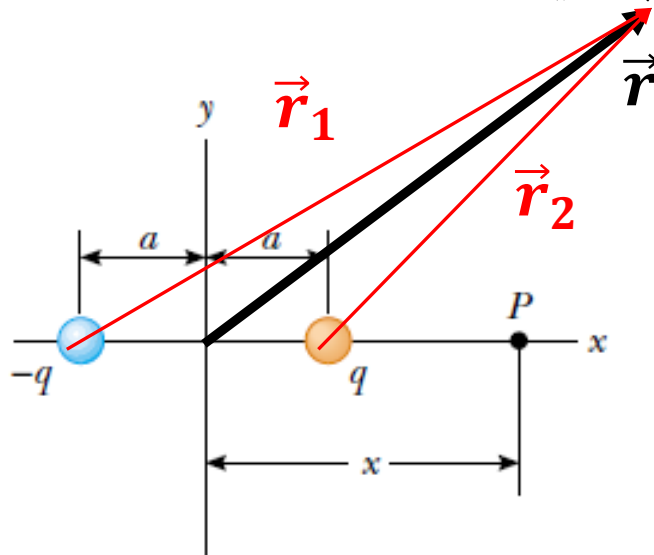
$$V = \frac{2k_e q a}{x^2 - a^2}$$

$$E_x = -\frac{dV}{dx} = -\frac{d}{dx} \left(\frac{2k_e q x}{a^2 - x^2} \right) = -2k_e q \left(\frac{a^2 + x^2}{(a^2 - x^2)^2} \right)$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

مثال: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات به صورت زیر قرار گرفته است.

ج) پتانسیل الکتریکی و میدان الکتریکی را محاسبه کنید.



$$\vec{r}_1 = x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j}$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j}$$

$$\vec{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$$

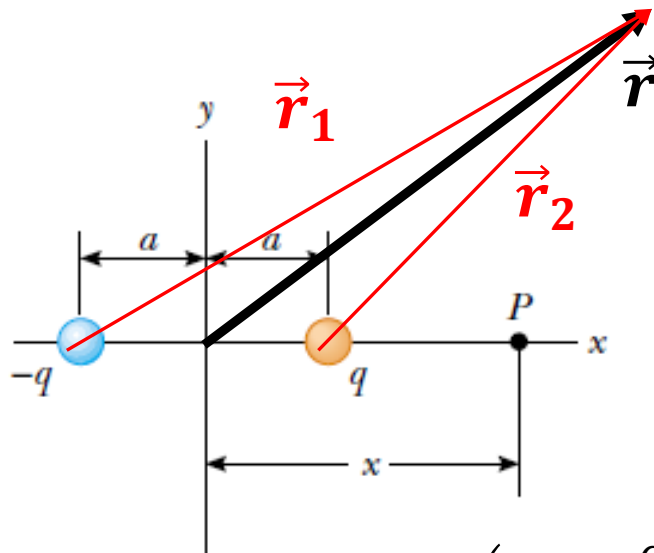
$$V(\vec{r}) = V(x, y) = k_e \sum \frac{q_i}{r_i} = k_e \left(\frac{q_1}{r_1} + \frac{q_2}{r_2} \right) = k_e \left(\frac{q_1}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2}} + \frac{q_2}{\sqrt{x_2^2 + y_2^2}} \right)$$

$$V(x, y) = k_e \left(\frac{q_1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} + \frac{q_2}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} \right)$$

بدست آوردن میدان الکتریکی از پتانسیل الکتریکی

کوئیز: یک دوقطبی الکتریکی در مبدا مختصات به صورت زیر قرار گرفته است.

میدان الکتریکی را محاسبه کنید.



$$\vec{r}_1 = x_1 \mathbf{i} + y_1 \mathbf{j}$$

$$\vec{r}_2 = x_2 \mathbf{i} + y_2 \mathbf{j}$$

$$\vec{r} = x \mathbf{i} + y \mathbf{j}$$

$$V(x, y) = k_e \left(\frac{q_1}{\sqrt{(x+a)^2 + y^2}} + \frac{q_2}{\sqrt{(x-a)^2 + y^2}} \right)$$

$$\mathbf{E} = -\nabla V = - \left(\hat{\mathbf{i}} \frac{\partial}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial}{\partial z} \right) V$$