$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q'}{r^2}\quad (r\le R)\qquad (19-17)$$ (توزیع کروی، میدان در)

اگر توزیع بار کل q محصور شده در داخل شعاع R یکنواخت باشد، آنگاه q' محصور شده در داخل شعاع r شکل ۱۹-۱۹ ب متناسب با q است

$$\frac{\text{بار کل}}{\text{حجم کل}}=\frac{\begin{bmatrix}\text{بار محصور شده در}\\ \text{کره‌ای به شعاع } r\end{bmatrix}}{\begin{bmatrix}\text{حجم محصور شده در}\\ \text{کره‌ای به شعاع } r\end{bmatrix}}$$

یا

$$\frac{q'}{\frac{4}{3}\pi r^3}=\frac{q}{\frac{4}{3}\pi R^3}\qquad (19-18)$$

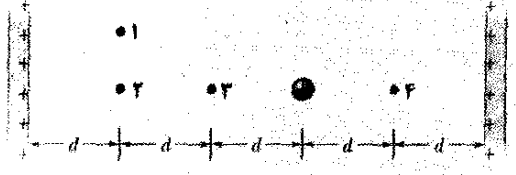
که به دست می‌دهد

$$q'=q\frac{r^3}{R^3}\qquad (19-19)$$

با قرار دادن این رابطه در معادلهٔ ۱۹-۱۷، خواهیم داشت

$$E=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\right)r\quad (r\le R)\qquad (19-20)$$ (بار یکنواخت، میدان در)

✓ **نکتهٔ وارسی ۴** شکل زیر، دو برگهٔ نارسانای موازی و بزرگ با چگالیهای بار سطحی یکنواخت (مثبت) یکسان، و یک کره با چگالی بار حجمی یکنواخت (مثبت) را نشان می‌دهد. چهار نقطهٔ شماره گذاری شده را بنا بر بزرگی میدان الکتریکی خالص در این نقطه‌ها به گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین در ابتدا باشد.



بازنگری و خلاصهٔ درس

قانون گاؤس *قانون گاؤس* و قانون کولن راههای متفاوتی برای توصیف رابطهٔ میان بار و میدان الکتریکی در حالتهای استاتیک هستند. قانون گاؤس عبارت است از

$$\varepsilon_0\Phi=q_{enc}\qquad (19-6)$$ (قانون گاؤس)

که در آن q_{enc} بار خالص درون یک سطح فرضی بسته (یک *سطح گاؤسی*) و Φ *شار* خالص میدان الکتریکی عبوری از این سطح است

$$\Phi=\oint\vec{E}\cdot d\vec{A}\qquad (19-4)$$ (شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاؤسی)

قانون کولن را می‌توان از قانون گاؤس به دست آورد.

کاربردهای قانون گاؤس با استفاده از قانون گاؤس، در بعضی موارد، بنا به دلایل مبتنی بر تقارن، چندین نتیجهٔ مهم در حالتهای الکتروستاتیکی را می‌توان به دست آورد. برخی از آنها عبارت‌اند از

۱. بار *اضافی* روی یک *رسانای* منزوی، به طور کامل روی سطح خارجی آن رسانا قرار می‌گیرد.

۲. میدان الکتریکی خارجی نزدیک *سطح یک رسانای باردار*، عمود بر این سطح، و دارای بزرگی زیر است

$$E=\frac{\sigma}{\varepsilon_0}\qquad (19-11)$$ (سطح رسانا)

در داخل رسانا، $E=0$ است.

۳. میدان الکتریکی ناشی از یک *خط باردار* نامتناهی با چگالی بار خطی یکنواخت λ، در هر نقطه عمود بر خط بار و بزرگی آن عبارت است از

$$E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\qquad (19-12)$$ (خط باردار)

که در آن r فاصلهٔ عمودی نقطهٔ مورد نظر از خط بار است.

۴. میدان الکتریکی ناشی از یک *برگهٔ نارسانای نامتناهی* با چگالی بار سطحی یکنواخت σ عمود بر برگه و دارای بزرگی زیر است

$$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\qquad (19-13)$$ (برگهٔ بار)

۵. میدان الکتریکی در *بیرون* یک *پوستهٔ کروی* به شعاع R و بار کلی q در راستای شعاع و دارای بزرگی زیر است

$$E=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\quad (r\ge R)\qquad (19-15)$$ (پوستهٔ کروی، برای)

که در اینجا r فاصله از مرکز پوسته تا نقطه‌ای است که E در آنجا اندازه‌گیری می‌شود. (بار برای نقطه‌های خارجی به گونه‌ای رفتار می‌کند که گویی در مرکز کره قرار گرفته است.) میدان در *داخل* یک پوستهٔ کروی با بار یکنواخت دقیقاً برابر صفر است

$$E=0\quad (r<R)\qquad (19-16)$$ (پوستهٔ کروی، برای)

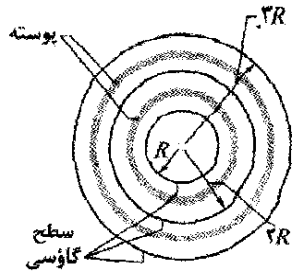
۶. میدان الکتریکی *داخل* یک کره *با بار یکنواخت* در راستای شعاع و دارای بزرگی زیر است

$$E=\left(\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}\right)r\qquad (19-20)$$

پرسشها

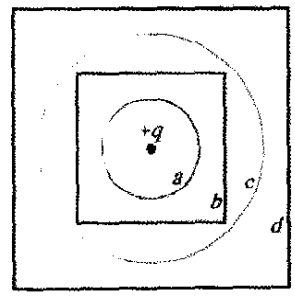
۱- شکل ۱۹-۲۰، مقطع مرکزی یک گوی فلزی، دو پوستهٔ فلزی کروی، و سه سطح گاؤسی کروی به شعاعهای R، $2R$، و $3R$ را که همگی هم‌مرکزند، نشان می‌دهد. بارهای یکنواخت روی این سه جسم عبارت‌اند از: گوی، Q؛ پوستهٔ کوچکتر، $3Q$ و پوستهٔ بزرگتر، $5Q$. سطحهای گاؤسی را بنابر بزرگی میدان الکتریکی در هر نقطه روی سطح، از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد



شکل ۱۹-۲۰ پرسش ۱

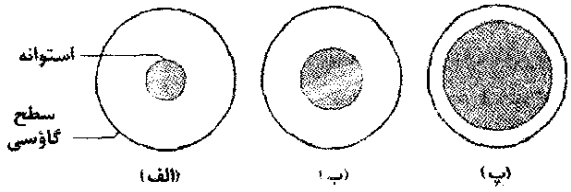
۲- شکل ۱۹-۲۱ ، سطح مقطع دو کرهٔ گاؤسی و دو مکعب گاؤسی را نشان می‌دهد که در مرکز آنها یک ذرهٔ باردار مثبت قرار گرفته است. (الف) شار خالص عبوری از این چهار سطح گاؤسی را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. (ب) بزرگی میدانهای الکتریکی روی این سطحها را از بیشترین تا کمترین مرتب، و مشخص کنید که آیا این بزرگیها، روی هر سطح یکنواخت است یا متغیر؟



شکل ۱۹-۲۱ پرسش ۲

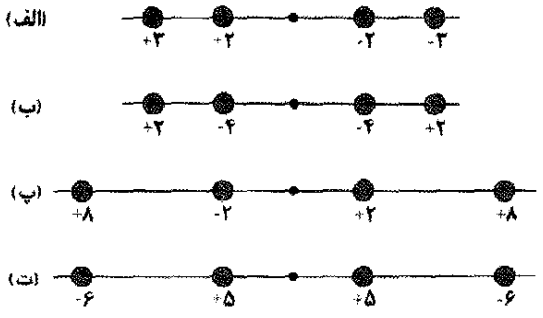
۳- سطحی دارای بردار سطح $\vec{A}=(2\hat{i}+3\hat{j})\,m^2$ است. شار میدان الکتریکی یکنواخت عبوری از آن چقدر است، در صورتی که میدان (الف) $\vec{E}=4\hat{i}\ N/C$ و (ب) $E=4\hat{k}\ N/C$ باشد؟

۴- شکل ۱۹-۲۲، مقطع سه استوانهٔ توپر هریک به طول L و بار یکنواخت Q را نشان می‌دهد. یک سطح گاؤسی استوانه‌ای با هر یک از آنها هم‌مرکز است و شعاع این سه سطح همگی با هم برابرند. این سطحهای گاؤسی را بنا بر میدان الکتریکی در هر نقطه روی سطح از بیشترین تا کمترین مقدار مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۲ پرسش ۴

۵- شکل ۱۹-۲۳، چهار وضعیت را نشان می‌دهد که در آنها چهار میلهٔ بسیار بلند، رو به درون و بیرون صفحهٔ کاغذ امتداد دارند (ما فقط مقطع آنها را می‌بینیم.) مقدارهای زیر هر مقطع، چگالی باریکنواخت مخصوص به هر میله را برحسب میکروکولن به سانتی‌متر می‌دهد. میله‌ها همان‌گونه که رسم شده است در فاصلهٔ d یا $2d$ از هم قرار گرفته‌اند، و یک بار نقطه‌ای در میانهٔ فاصلهٔ دو میلهٔ داخلی نشان داده شده است. وضعیتها را بنابر بزرگی میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ مرکزی از بزرگترین تا کوچکترین مرتب کنید.



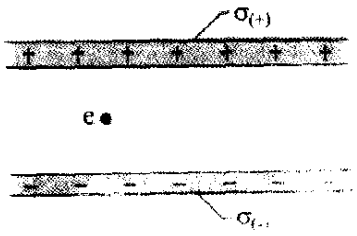
شکل ۱۹-۲۳ پرسش ۵

۶- یک گوی باردار کوچک درون یک پوستهٔ کروی فلزی به شعاع R قرار دارد. برای سه وضعیت، بارهای خالص روی گوی و پوسته به ترتیب عبارت‌اند از: (۱) $+4q$ ، ۰ ؛ (۲) $-6q$ ، $+10q$ ؛ (۳) $+16q$ ، $-12q$. این وضعیتها را بنا بر بار روی (الف) سطح داخلی پوسته و (ب) سطح خارجی پوسته، به ترتیب از مثبت‌ترین مرتب کنید.

۷- وضعیتهای پرسش ۶ را بنابر بزرگی میدان الکتریکی در (الف) میانهٔ پوسته و (ب) در نقطهٔ $2R$ از مرکز پوسته از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

۸- سه برگهٔ نارسانای نامتناهی، با چگالیهای بار سطحی مثبت و یکنواخت σ و 2σ ، و 3σ ، مانند دو برگهٔ شکل ۱۹-۱۷ الف به طور موازی قرار گرفته‌اند. اگر میدان الکتریکی $\vec{E}$ ناشی از این آرایش در ناحیه‌ای از فضا دارای بزرگی $E=0$ و در ناحیه‌ای دیگر دارای بزرگی $E=2\sigma/\varepsilon_0$ باشد، ترتیب این برگه‌ها از چپ به راست چگونه است؟

۹- شکل ۱۹-۲۴، دو برگهٔ نارسانای نامتناهی افقی را با چگالیهای بار سطحی یکنواخت $\sigma_{(+)}$ و $\sigma_{(-)}$ نشان می‌دهد که در فضای میان آنها الکترونی رها شده است. الکترون، تحت تأثیر سه وضعیت جدول که شامل چگالیهای بار سطحی و فاصلهٔ بین برگه‌هاست، قرار می‌گیرد. بزرگی شتابهای الکترون را از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.

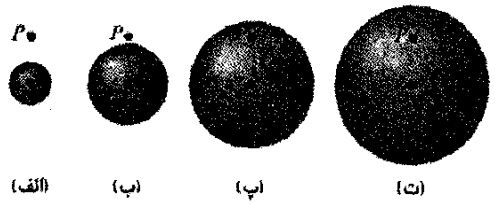


شکل ۱۹-۲۴ پرسش ۹

www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد

وضعیت	$\sigma_{(+)}$	$\sigma_{(-)}$	فاصلهٔ برگه‌ها
۱	$+۴\sigma$	-۴σ	d
۲	$+۷\sigma$	$-\sigma$	$۴d$
۳	$+۳\sigma$	-۵σ	$۹d$

۱۰- شکل ۱۹-۲۵ چهار کرهٔ توپر را با بار Q که به طور یکنواخت در حجم آنها توزیع شده است، نشان می‌دهد. (الف) کره‌ها را بنا بر چگالی بار حجمی آنها از بیشترین تا کمترین مرتب کنید. این شکل همچنین یک نقطهٔ P را برای هر کره نشان می‌دهد که همگی در فاصلهٔ یکسانی از مرکز کره‌ها قرار دارند. (ب) کره‌ها را بنا بر میدان الکتریکی که هر یک در نقطهٔ P ایجاد می‌کنند از بیشترین تا کمترین مرتب کنید.



شکل ۱۹-۲۵ پرسش ۱۰

مسئله‌ها

مسئله‌های آموزشی قابل دسترس (در نسخهٔ مدرس)

SSM: پاسخ قابل دسترس در کتاب حل مسئله‌ها

WWW: پاسخ در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

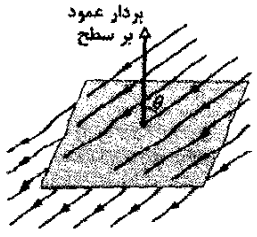
ILW: پاسخ یادگیری تعاملی در http://www.wiley.com/college/halliday داده شده است.

●-●●● تعداد نقطه‌ها درجهٔ دشوار بودن سطح مسئله را نشان می‌دهد.

اطلاعات اضافی در سیرک پرندهٔ فیزیک و در flyingcircusofphysics.com قابل دسترس است.

بخش ۱۹-۳ شار میدان الکتریکی

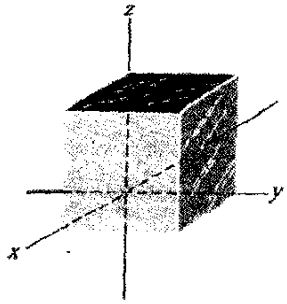
●۱- طول هر ضلع مربع نشان داده شده در شکل ۱۹-۲۶ برابر ۳/۲ mm است. این مربع در میدان الکتریکی یکنواختی با بزرگی $E = ۱۸۰۰\ \text{N/C}$ قرار دارد. خطهای این میدان با بردار عمود بر سطح، همان گونه که در شکل نشان داده شده است، زاویه $\theta = ۳۵^\circ$ می‌سازند. جهت بردار عمود بر سطح، با فرض آنکه این سطح روی یک وجه جعبه‌ای باشد، «رو به بیرون» است. شار الکتریکی عبوری از این سطح را محاسبه کنید. SSM



شکل ۱۹-۲۶ مسئلهٔ ۱

●●۲- یک میدان الکتریکی که با $\vec{E} = ۴/۰\hat{i} - ۳/۰(y^2 + ۲/۰)\hat{j}$ داده شده است، از مکعب گاوسی شکل ۱۹-۵ به ضلع $۲/۰\ \text{m}$ می‌گذرد. (E برحسب نیوتون بر کولن و x برحسب متر است.) شار الکتریکی عبوری از (الف) وجه بالایی، (ب) وجه پایینی، (پ) وجه سمت چپ، و (ت) وجه عقبی چقدر است؟ (ث) شار الکتریکی خالص عبوری از مکعب چقدر است؟

●●۳- طول هر ضلع مکعب شکل ۱۹-۲۷ برابر $۱/۴۰\ \text{m}$ است و این مکعب همان گونه که نشان داده شده است در میدان الکتریکی یکنواختی قرار گرفته است. مطلوب است تعیین شار میدان الکتریکی عبوری از وجه سمت راست، در صورتی که میدان الکتریکی برحسب نیوتون بر کولن با (الف) $۶/۰۰\hat{i}$، (ب) $۲/۰۰\hat{j}$، و (پ) $-۳/۰۰\hat{i} + ۴/۰۰\hat{k}$ داده شده باشد. (ت) شار کل عبوری از مکعب برای هر یک از این میدانها چقدر است؟



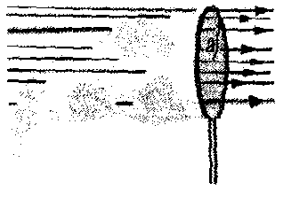
شکل ۱۹-۲۷ مسئله‌های ۳، ۴، و ۱۱

بخش ۱۹-۴ قانون گاوس

●۴- در هر نقطه‌ای روی سطح مکعب نشان داده شده در شکل ۱۹-۲۷، میدان الکتریکی موازی محور z است. طول هر ضلع مکعب $۳/۰\ \text{m}$ است. در وجه بالایی مکعب $\vec{E} = -۳۴\hat{k}\ \text{N/C}$، و در وجه پایینی $\vec{E} = +۲۰\hat{k}\ \text{N/C}$ است. بار خالص محصور شده در داخل این مکعب را تعیین کنید.

●۵- بار نقطه‌ای $۱/۸\ \mu\text{C}$ در مرکز یک سطح گاوسی مکعبی به ضلع $۵۵\ \text{cm}$ قرار دارد. شار الکتریکی خالص عبوری از این سطح چقدر است؟

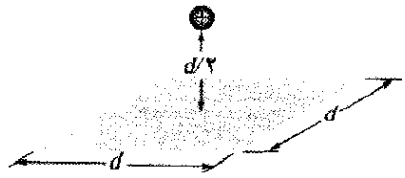
●۶- در شکل ۱۹-۲۸، یک تور پروانه‌گیری در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $E = ۳/۰\ \text{mN/C}$ قرار دارد. قاب تور، دایره‌ای به شعاع $a = ۱۱\ \text{cm}$ و عمود بر این میدان الکتریکی قرار گرفته است. تور دارای بار خالصی نیست. شار الکتریکی عبوری از تور را پیدا کنید.



شکل ۱۹-۲۸ مسئلهٔ ۶

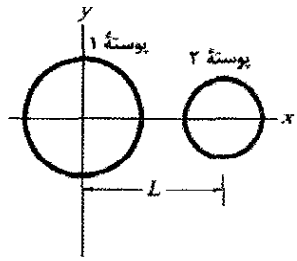
www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد

●۷- در شکل ۱۹-۲۹، یک پروتون به طور مستقیم به فاصلهٔ $d/2$ بالای مرکز مربعی به ضلع d قرار دارد. بزرگی شار الکتریکی عبوری از مربع چقدر است؟ (*راهنمایی:* فرض کنید این مربع، یک وجه از مکعبی به ضلع d است.)



شکل ۱۹-۲۹ مسئلهٔ ۷

●●۸- شکل ۱۹-۳۰ دو پوستهٔ کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در مکان خود ثابت شده‌اند. پوستهٔ ۱ دارای چگالی بار سطحی یکنواخت $+۶/۰\ \mu C/m^2$ روی سطح خارجی خود و شعاع $۳/۰\ cm$ است؛ پوستهٔ ۲ دارای چگالی بار سطحی یکنواخت $+۴/۰\ \mu C/m^2$ روی سطح خارجی خود و شعاع $۲/۰\ cm$ است؛ مرکز پوسته‌ها به فاصلهٔ $L = ۱۰\ cm$ از هم قرار گرفته‌اند. میدان الکتریکی خالص در $x = ۲/۰\ cm$ ، برحسب نماد گذاری بردار یکه چیست؟



شکل ۱۹-۳۰ مسئلهٔ ۸

●●۹- به طور تجربی معلوم شده است که میدان الکتریکی در ناحیهٔ معینی از جو زمین به طور قائم رو به پایین است. بزرگی میدان الکتریکی در ارتفاع $۳۰۰\ m$ برابر با $۶۰/۰\ N/C$، و در ارتفاع $۲۰۰m$ برابر با $۱۰۰\ N/C$ است. مقدار بار خالص محصور شده در مکعبی به ضلع $۱۰۰\ m$ که وجوه افقی آن در ارتفاعهای ۲۰۰ و ۳۰۰ متر قرار دارند، چقدر است؟ SSM

●●۱۰- وقتی شیر دوش حمامِ دربسته‌ای را باز می‌کنیم، ترشح آب از وان خالی می‌تواند هوای داخل حمام را با یونهای باردار شدهٔ منفی پر کند و یک میدان الکتریکی به بزرگی $۱۰۰۰\ N/C$ درهوابه‌وجودآورد. حمامی را به ابعاد $۲/۵\ m \times ۳/۰ m \times ۲/۰\ m$ در نظر بگیرید. میدان الکتریکی را در امتداد سقف، کف و چهار دیواره، یکنواخت و عمود بر این سطحها و بزرگی آن را $۶۰۰\ N/C$ بگیرید. همچنین فرض کنید که این سطحها یک سطح گاوسی بسته را به دور هوای حمام تشکیل می‌دهند. (الف) چگالی بار حجمی ρ و (ب) تعداد بارهای بنیادی اضافی e بر متر مکعب را در هوای حمام محاسبه کنید.

●●۱۱- شکل ۱۹-۲۷ یک سطح گاوسی به شکل مکعب و به طول ضلع $۱/۴۰\ m$ را نشان می‌دهد. اگر $\vec{E}(= ۳/۰۰\ y\hat{j})\ N/C$

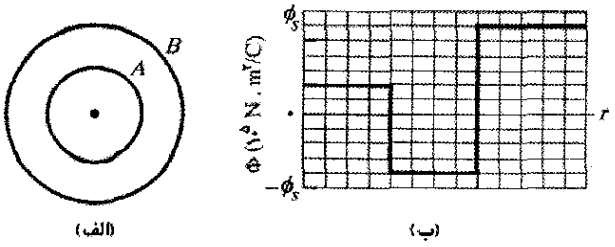
www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد

باشدکه در آن y برحسب متر است، (الف) شار خالص Φ عبوری از این سطح و (ب) بار خالص q_{enc} محصور شده توسط این سطح چقدر است؟ اگر

$$\vec{E} = [-۴/۰۰\hat{i} + (۶/۰۰ + ۳/۰۰y)\hat{j}]\ N/C$$

باشد، (پ) Φ و (ت) q_{enc} چقدر است؟ ILW

●●۱۲- *شار و پوسته‌های نارسانا.* یک ذرهٔ باردار در مرکز دو پوستهٔ کروی هم‌مرکز که بسیار نازک و از جنس ماده‌ای نارسانا هستند، معلق شده است. شکل ۱۹-۳۱ الف سطح مقطع آنها را نشان می‌دهد. شکل ۱۹-۳۱ ب شار خالص Φ عبوری از یک کرهٔ گاوسی به مرکز ذرهٔ باردار را برحسب تابعی از شعاع r کره به دست می‌دهد. مقیاس محور عمودی با $\phi_s = ۵/۰ \times ۱۰^۵\ N.m^۲/C$ مشخص شده است. (الف) بار ذرهٔ مرکزی چقدر است؟ بارخالص (ب) پوستهٔ A و (پ) پوستهٔ B چقدر است؟



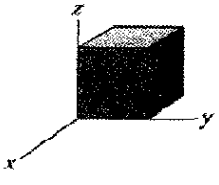
شکل ۱۹-۳۱ مسئلهٔ ۱۲

●●۱۳- ذره‌ای به بار $+q$ در یکی از گوشه‌های یک مکعب گاوسی قرار گرفته است. برحسب مضربی از q/ε_0 ، مطلوب است شار عبوری از (الف) هر وجه مکعب که آن گوشه را می‌سازد و (ب) هر یک از وجوه دیگر مکعب.

●●۱۴- شکل ۱۹-۳۲ سطح گاوسی بسته‌ای به شکل مکعب با طول ضلع $۲/۰۰\ m$ را نشان می‌دهد. این مکعب در ناحیه‌ای که میدان الکتریکی در آنجا با

$$\vec{E} = (۳/۰۰\ x + ۴/۰۰)\hat{i} + ۶/۰۰\hat{j} + ۷/۰۰\hat{k}\ N/C$$

داده می‌شود، قرار دارد که در آن x برحسب متر است. چه بار خالصی توسط مکعب در بر گرفته شده است؟

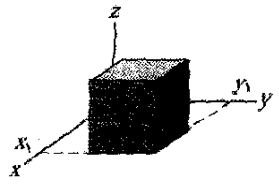


شکل ۱۹-۳۲ مسئلهٔ ۱۴

●●۱۵- شکل ۱۹-۳۳ سطح گاوسی بسته‌ای به شکل مکعب با طول ضلع $۲/۰۰m$ را نشان می‌دهد که یکی از گوشه‌های آن در $x_1 = ۵/۰۰m$ ، $y_1 = ۴/۰۰m$ قرار دارد. این مکعب در ناحیه‌ای که میدان الکتریکی در آنجا با

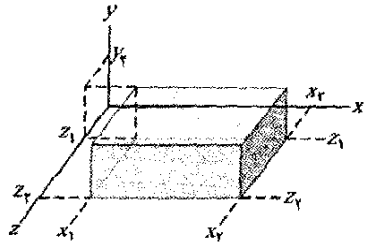
$$\vec{E} = -۳/۰۰\hat{i} - ۴/۰۰y^۲\hat{j} + ۳/۰۰\hat{k}\ N/C$$

داده می‌شود، قرار دارد که در آن y برحسب متر است. چه بار خالصی توسط مکعب در برگرفته شده است؟



شکل ۱۹-۳۳ مسئلهٔ ۱۵

●●●۱۶- سطح گاوسی جعبه مانند شکل ۱۹-۳۴ بار خالص $\varepsilon_0 C$ ۱۲۴/۰ را در بر دارد و در میدان الکتریکی یک الکترون که با $\vec{E}=[(۱۰/۰+۲/۰۰x)\hat{i}-۳/۰۰\hat{j}+bz\hat{k}]\,N/C$ داده می‌شود قرار دارد، x و z برحسب متر و b یک ثابت است. وجه پایینی در صفحهٔ xz و وجه بالایی در صفحهٔ افقی است و از $y_1=۱/۰۰\,m$ می‌گذرد. به ازای $x_1=۱/۰۰\,m$ ، $x_2=۴/۰۰\,m$ ، $z_1=۱/۰۰\,m$ و $z_2=۳/۰۰\,m$ ، b چقدر است؟

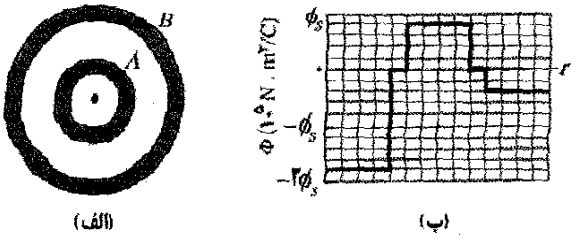


شکل ۱۹-۳۴ مسئلهٔ ۱۶

بخش ۱۹-۶ رسانای باردار منزوی

●۱۷- فضاپیماهایی که از کمربندهای تابشی زمین می‌گذرند ممکن است با تعداد قابل توجهی از الکترونها برخورد کنند. زیاد شدن بار ایجاد شده بر اثر این برخوردها می‌تواند به اجزای الکترونیکی فضا پیما آسیب برساند و عملکردهای آن را مختل کند. فرض کنید یک ماهوارهٔ فلزی کروی به قطر ۱/۳ m در یک چرخش مداری، بار ۲/۴ μC را به دست آورد. (الف) چگالی بار سطحی حاصل را به دست آورید. (ب) بزرگی میدان الکتریکی حاصل از این بار سطحی را درست بیرون سطح ماهواره محاسبه کنید.

●۱۸- *شار و پوسته‌های رسانا.* ذرهٔ بارداری در مرکز دو پوستهٔ کروی رسانای هم‌مرکز قرار داده شده است. شکل ۱۹-۳۵ الف سطح مقطع آنها را نشان می‌دهد. شکل ۱۹-۳۵ ب شار خالص Φ عبوری از یک سطح گاوسی به مرکز ذرهٔ باردار را برحسب تابعی از شعاع r کره به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $\Phi_s=۵/۰\times۱۰^۵\,N.m^۲/C$ مشخص شده است. (الف) بار ذرهٔ مرکزی و بارهای خالص (ب) پوستهٔ A و (پ) پوستهٔ B چقدر است؟



شکل ۱۹-۳۵ مسئلهٔ ۱۸

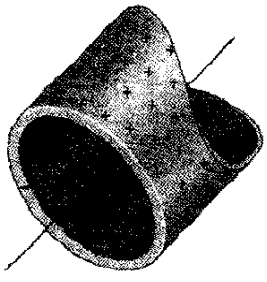
●۱۹- یک کرهٔ رسانای باردار یکنواخت به قطر ۱/۲ m دارای چگالی بار سطحی ۸/۱ $\mu C/m^۲$ است. (الف) بار خالص روی کره را پیدا کنید. (ب) شار الکتریکی کلی که از سطح این کره خارج می‌شود، چقدر است؟ SSM

●۲۰- میدان الکتریکی بالای سطح غلتک باردار دستگاه فتوکپی دارای بزرگی E برابر با $۲/۳\times۱۰^۵\,N/C$ است. چگالی بار سطحی روی غلتک، با فرض آنکه غلتک رسانا باشد، چقدر است؟

●●۲۱- یک رسانای منزوی با شکلی دلخواه دارای بار خالص $+۱۰\times۱۰^{-۶}\,C$ است. داخل رسانا، کاواکی است که در داخل آن بار نقطه‌ای $q=+۳/۰\times۱۰^{-۶}\,C$ قرار دارد. بار (الف) روی دیوارهٔ کاواک و (ب) روی سطح خارجی رسانا چقدر است؟

بخش ۱۹-۷ کاربرد قانون گاوس: تقارن استوانه‌ای

●۲۲- شکل ۱۹-۳۶ مقطعی از یک لولهٔ فلزی نازک و بلند به شعاع $R=۳/۰۰\,cm$ را نشان می‌دهد که دارای بار در یکای طول $\lambda=۲/۰۰\times۱۰^{-۸}\,C/m$ است. بزرگی E میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی (الف) $r=R/۲/۰۰$ و (ب) $r=۲/۰۰R$ چقدر است؟ (پ) تغییرات E را برحسب r در گسترهٔ $r=۰$ تا $r=۲/۰۰\,R$ رسم کنید.



شکل ۱۹-۳۶ مسئلهٔ ۲۲

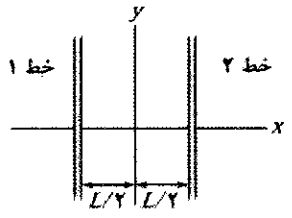
●۲۳- یک خط بار نامتناهی، میدانی به بزرگی $۴/۵\times۱۰^۴\,N/C$ را در فاصلهٔ ۲/۰ m ایجاد می‌کند. چگالی بار خطی را محاسبه کنید. SSM

●۲۴- الکترونی از حالت سکون، در فاصلهٔ عمودی ۹/۰ cm از یک خط بار روی یک میلهٔ نارسانای بسیار بلند، رها می‌شود. این بار به طور یکنواخت با بزرگی ۶/۰ μC بر متر توزیع شده است. بزرگی شتاب اولیهٔ الکترون چقدر است؟

www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد

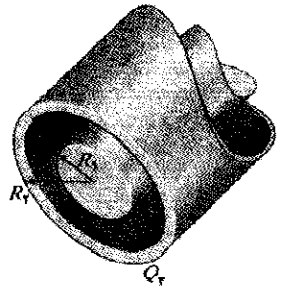
●۲۵- (الف) غلتک دستگاه فتوکپی دارای طول ۴۲cm و قطر ۱۲cm است. میدان الکتریکی در بالای سطح غلتک $۲/۳\times۱۰^{۵}$ N/C است. بار کل روی غلتک چقدر است؟ (ب) تولید کننده‌ای می‌خواهد یک نمونهٔ رومیزی از این دستگاه تولید کند. لازمهٔ این کار این است که طول غلتک به ۲۸cm و قطر آن به ۸/۰ cm کاهش یابد. میدان الکتریکی روی سطح این غلتک نباید تغییر کند. بار روی این غلتک جدید باید چقدر باشد؟

●●۲۶- در شکل ۱۹-۳۷، مقطع کوتاهی از دو خط بار بسیار بلند موازی که در مکانهای خود، به فاصلهٔ $L=۸/۰$ cm از یکدیگر ثابت شده‌اند، نشان داده شده است. چگالیهای بار خطی یکنواخت عبارت‌انداز $+۶/۰\ \mu C/m$ برای خط ۱ و $-۲/۰\ \mu C/m$ برای خط ۲. میدان الکتریکی خالص ناشی از دو خط بار در کجای محور x نشان داده شده برابر با صفر است؟



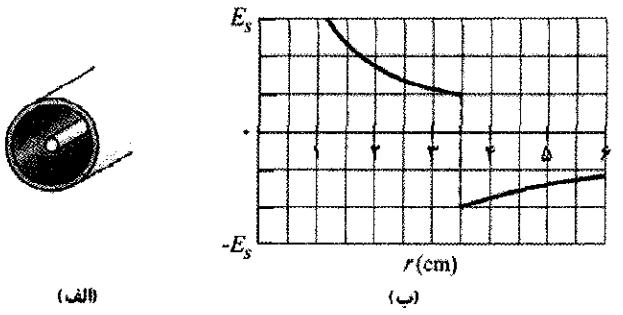
شکل ۱۹-۳۷ مسئلهٔ ۲۶

●●۲۷- شکل ۱۹-۳۸ مقطعی از یک میلهٔ رسانا با شعاع $R_۱=۱/۳۰$ mm و طول $L=۱۱/۰۰$ m را در داخل یک پوستهٔ هم‌محور استوانه‌ای رسانا و نازک به شعاع $R_۲=۱۰/۰R_۱$ و (همان) طول L نشان می‌دهد. بار خالص روی میله $Q_۱=+۳/۴۰\times۱۰^{-۱۲}$ C، و روی پوسته $Q_۲=-۲/۰۰\ Q_۱$ است. (الف) بزرگی E و (ب) جهت (به طور شعاعی رو به درون یا رو به بیرون) میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی $r=۲/۰۰\ R_۲$ چیست؟ (پ) E و (ت) جهت در $r=۵/۰۰\ R_۱$ چیست؟ (ث) بار روی سطح داخلی و (ج) سطح خارجی پوسته چقدر است؟ SSM WWW



شکل ۱۹-۳۸ مسئلهٔ ۲۷

●●۲۸- شکل ۱۹-۳۹ الف، استوانهٔ توپر باردار و باریکی را نشان می‌دهد که با یک پوستهٔ استوانه‌ای باردار بزرگتر، هم محور است. هر دو نارسانا و نازک‌اند و دارای چگالی بار سطحی یکنواخت روی سطحهای خارجی خود هستند. شکل ۱۹-۳۹ ب مؤلفهٔ شعاعی E میدان الکتریکی را برحسب فاصلهٔ شعاعی r از محور مشترک نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $E_s=۳/۰\times۱۰^{۳}$ N/C مشخص شده است چگالی بار خطی پوسته چقدر است؟



شکل ۱۹-۳۹ مسئلهٔ ۲۸

●●۲۹- دو پوستهٔ استوانه‌ای هم محور، نازک، باردار و بلند دارای شعاعهای ۳/۰ و ۶/۰ سانتی‌متر هستند. بار بر یکای طول روی پوستهٔ داخلی $+۵/۰\times۱۰^{-۶}$ C/m و روی پوستهٔ خارجی $-۷/۰\times۱۰^{-۶}$ C/m است. (الف) بزرگی E و (ب) جهت (به طور شعاعی رو به درون یا رو به بیرون) میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی $r=۴/۰$ cm چیست؟ (پ) E و (ت) جهت در $r=۸/۰$ cm چیست؟ ILW

●●۳۰- باری با چگالی خطی یکنواخت ۲/۰ nC/m روی میلهٔ نارسانا، نازک و بلندی توزیع شده است. میله با پوستهٔ استوانه‌ای رسانای بلندی (به شعاع داخلی ۵/۰ cm و شعاع خارجی ۱۰ cm) هم‌محور است. بار خالص روی پوسته برابر صفر است. (الف) بزرگی میدان الکتریکی به فاصلهٔ ۱۵cm از محور پوسته چقدر است؟ چگالی بار سطحی روی (ب) سطح داخلی و (پ) سطح خارجی پوسته چقدر است؟

●●۳۱- سیم مستقیم و بلندی دارای باری منفی با چگالی بار خطی ۳/۶ nC/m است. این سیم، توسط یک پوستهٔ استوانه‌ای نارسانای نازک و هم‌محور به شعاع ۱/۵ cm، در بر گرفته شده است. پوسته دارای بار مثبت با چگالی بار سطحی σ روی سطح خارجی خود است که باعث می شود میدان الکتریکی خارجی خالص برابر با صفر باشد. σ را محاسبه کنید.

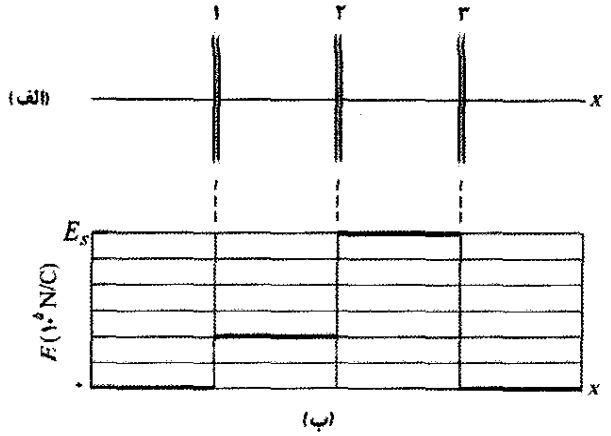
●●●۳۲- استوانهٔ توپر، نارسانا و بلندی به شعاع ۴/۰cm دارای چگالی بار حجمی نایکنواخت ρ است. ρ تابعی از فاصلهٔ شعاعی r از محور استوانه است: $\rho=Ar^{۲}$. به‌ازای $A=۲/۵\ \mu C/m^{۵}$، بزرگی میدان الکتریکی در (الف) $r=۳/۰$ cm و (ب) $r=۵/۰$ cm چقدر است؟

بخش ۱۹-۸ کاربرد قانون گاوس: تقارن صفحه‌ای

●۳۳- شکل ۱۹-۴۰ الف، سه برگهٔ پلاستیکی بزرگ و موازی را نشان می‌دهد که به طور یکنواخت باردار شده‌اند. شکل ۱۹-۴۰ ب، مؤلفهٔ میدان الکتریکی خالص در امتداد محور x از برگه‌ها را

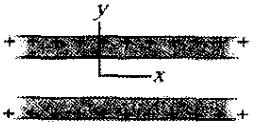
www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد

نشان می‌دهد. مقیاس محور قائم با $6/0\times10^5\ N/C$ مشخص شده است نسبت چگالی بار روی برگهٔ ۳ به مقدار آن روی برگهٔ ۲ چقدر است؟



شکل ۱۹-۴۰ مسئلهٔ ۳۳

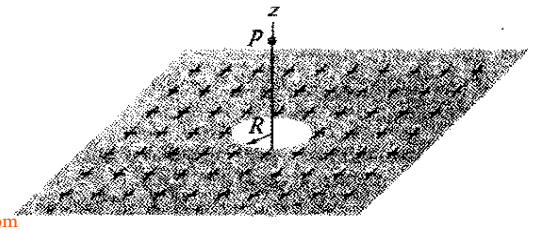
●۳۴- شکل ۱۹-۴۱ مقطع دو برگهٔ نارسانا، موازی و بزرگ را با توزیع یکسان بار مثبت با چگالی بار سطحی $\sigma=1/77\times10^{-22}\ C/m^2$ نشان می‌دهد. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، $\vec{E}$ در نقطه‌های (الف) بالای برگه‌ها، (ب) میان آنها، و (پ) پایین آنها، چگونه است؟



شکل ۱۹-۴۱ مسئلهٔ ۳۴

●۳۵- یک صفحهٔ فلزی مربعی شکل به طول ضلع $8/0\ cm$ و ضخامت ناچیز، دارای بار کل $6/0\times10^{-6}\ C$ است. (الف) با فرض آنکه بار به طور یکنواخت روی دو طرف این صفحه پخش شده باشد، بزرگی E میدان الکتریکی را درست خارج از مرکز صفحه (مثلاً در فاصلهٔ $0/50\ mm$ از مرکز صفحه) محاسبه کنید. (ب) با فرض آنکه صفحه یک بار نقطه‌ای باشد، E را در فاصلهٔ $3/0\ m$ (که نسبت به اندازهٔ صفحه بزرگ است) محاسبه کنید. SSM WWW

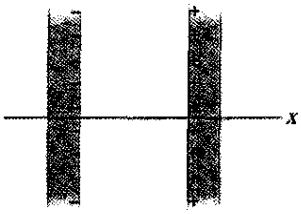
●۳۶- در شکل ۱۹-۴۲، یک حفرهٔ دایره‌ای کوچک به شعاع $R=1/80\ cm$ در وسط یک سطح نارسانای تخت و نامتناهی که دارای چگالی بار یکنواخت $\sigma=4/50\ pC/m^2$ است، کنده شده است. محور z که مبداء آن بر مرکز حفره قرار دارد، عمود



شکل ۱۹-۴۲ مسئلهٔ ۳۶

بر این سطح است. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقطهٔ P واقع در $z=2/56\ cm$ چگونه است؟ (*راهنمایی:* معادلهٔ ۱۸-۲۶ را ببینید و از برهم‌نهی استفاده کنید.)

●۳۷- در شکل ۱۹-۴۳، دو صفحهٔ فلزی نازک و بلند، موازی و نزدیک یکدیگرند. در وجه‌های داخلی آنها، صفحه‌ها دارای چگالی بار سطحی اضافی به بزرگی $7/00\times10^{-22}\ C/m^2$ و علامت مخالف‌اند. برحسب نماد گذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی در نقطه‌های (الف) سمت چپ صفحه‌ها، (ب) سمت راست صفحه‌ها، و (پ) میان آنها چگونه است؟

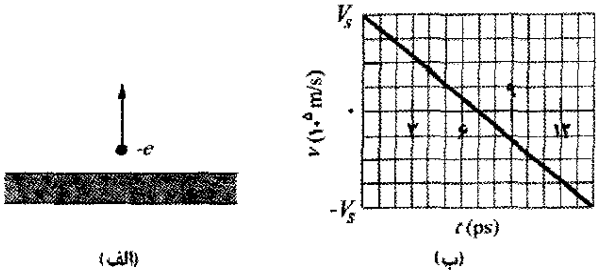


شکل ۱۹-۴۳ مسئلهٔ ۳۷

●●۳۸- دو صفحهٔ فلزی بزرگ به مساحت $1/0\ m^2$ موازی یکدیگرند. فاصلهٔ آنها از یکدیگر $5/0\ cm$ ، و روی سطحهای داخلی خود بارهای مساوی و مخالف دارند. اگر بزرگی E میدان الکتریکی در میان صفحه‌ها $55\ N/C$ باشد، بزرگی بار روی هر یک از صفحه‌ها چقدر است؟ از اثر لبه‌ها چشمپوشی کنید.

●●۳۹- الکترونی به طور مستقیم به سوی مرکز یک صفحهٔ فلزی بزرگ که دارای چگالی بار سطحی $-2/0\times10^{-6}\ C/m^2$ است، پرتاب می‌شود. اگر انرژی جنبشی اولیهٔ الکترون $1/60\times10^{-17}\ J$ باشد و الکترون درست در لحظهٔ رسیدن به صفحه (بر اثر دافعهٔ الکتروستاتیکی صفحه) متوقف شود، نقطهٔ پرتاب در چه فاصله‌ای از صفحه باید قرار داشته باشد؟

●●۴۰- در شکل ۱۹-۴۴ الف، الکترونی به طور مستقیم از یک ورقهٔ پلاستیکی باردار یکنواخت، با تندی $2/0\times10^5\ m/s$، رو به بیرون پرتاب شده است. این ورقه، نارسانا، تخت و بسیار بزرگ است. شکل ۱۹-۴۴ ب، مؤلفهٔ قائم v سرعت الکترون را برحسب زمان t تا هنگام برگشت الکترون به نقطهٔ پرتاب، به دست می‌دهد. چگالی بار سطحی ورقه چقدر است؟

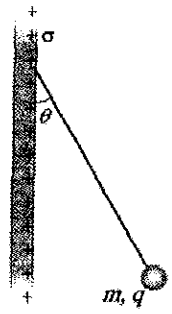


شکل ۱۹-۴۴ مسئلهٔ ۴۰

●●۴۱- در شکل ۱۹-۴۵، یک گوی نارسانای کوچک به جرم $m=1/0\ mg$ و بار $q=2/0\times10^{-8}\ C$ (که به طور یکنواخت در حجم آن توزیع شده است) از یک نخ عایق آویزان است و با یک ورقهٔ نارسانای قائم با بار یکنواخت (سطح مقطع آن نشان داده شده) زاویهٔ $\theta=30^\circ$ می‌سازد. با درنظر گرفتن نیروی

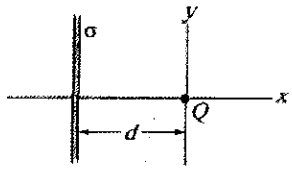
www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسان مواد

گرانشی وارد به گوی و با فرض اینکه ورقه به طور قائم و به سمت داخل و خارج صفحه تا فاصله‌های دور امتداد یابد، چگالی بار سطحی σ ورقه را محاسبه کنید. SSM



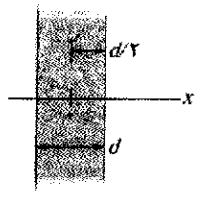
شکل ۱۹-۴۵ مسئلهٔ ۴۱

●●۴۲- شکل ۱۹-۴۶ یک برگهٔ نارسانای خیلی بزرگ را نشان می‌دهد که دارای چگالی بار سطحی یکنواخت $\sigma = -۲/۰۰\ \mu C/m^۲$ است؛ همچنین این شکل ذره‌ای با بار $Q = ۶/۰۰\ \mu C$ را نشان می‌دهد که در فاصلهٔ d از برگه قرار دارد. هر دو در مکانهای خود ثابت شده‌اند. اگر $d = ۰/۲۰۰\ m$ باشد، در چه مختصهٔ (الف) مثبت و (ب) منفی روی محور x (غیر از بینهایت)، میدان الکتریکی خالص $\vec{E}_{net}$ ناشی از برگه و ذره برابر با صفر است؟ (پ) اگر $d = ۰/۸۰۰\ m$ باشد، در چه مختصه‌ای روی محور x، $E_{net} = ۰$ است؟



شکل ۱۹-۴۶ مسئلهٔ ۴۲

●●●۴۳- شکل ۱۹-۴۷ مقطع یک قطعهٔ نارسانای خیلی بزرگ را نشان می‌دهد که دارای ضخامت $d = ۹/۴۰\ mm$ و چگالی بار حجمی یکنواخت $\rho = ۵/۸۰\ fC/m^۳$ است. مبداء محور x روی مرکز قطعه قرار دارد. بزرگی میدان الکتریکی قطعه در مختصهٔ x (الف) ۰، (ب) ۲/۰۰ mm، (پ) ۴/۷۰ mm، و (ت) ۲۶/۰ mm، چقدر است؟



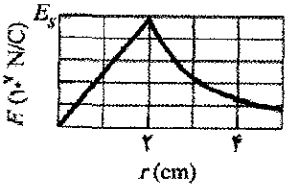
شکل ۱۹-۴۷ مسئله ۴۳

بخش ۱۹-۹ کاربرد قانون گاؤس: تقارن کروی

●۴۴ یک بار نقطه‌ای باعث می‌شود که شار الکتریکی $-۷۵۰\ N.m^۲/C$ از یک سطح گاؤسی کروی با شعاع ۱۰/۰ cm و به مرکز آن بار، عبور کند. (الف) اگر شعاع سطح گاؤسی دو برابر شود، چقدر شار از این سطح می‌گذرد؟ (ب) مقدار بار نقطه‌ای چقدر است؟

●۴۵- یک بار نامعلوم روی کرهٔ توپر رسانایی به شعاع ۱۰ cm قرار دارد. اگر میدان الکتریکی در فاصلهٔ ۱۵ cm از مرکز کره دارای بزرگی $۳/۰ \times ۱۰^۲\ N/C$ و جهت آن به طور شعاعی به طرف درون باشد، بار خالص روی کره چقدر است؟ SSM

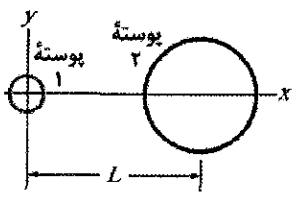
●۴۶- شکل ۱۹-۴۸ بزرگی میدان الکتریکی در داخل و خارج کره‌ای را به دست می‌دهد که بار مثبت به طور یکنواخت در سرتا سر حجم آن توزیع شده است. مقیاس محور قائم با $E_s = ۵/۰ \times ۱۰^۷\ N/C$ مشخص شده است. بار روی کره چقدر است؟



شکل ۱۹-۴۸ مسئلهٔ ۴۶

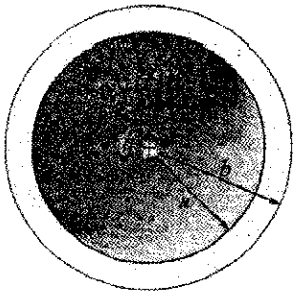
●۴۷- دو پوستهٔ کروی باردار هم‌مرکز دارای شعاعهای ۱۰/۰ cm و ۱۵/۰ cm هستند. بار روی پوستهٔ داخلی $۴/۰۰ \times ۱۰^{-۸}\ C$، و روی پوستهٔ خارجی $۲/۰۰ \times ۱۰^{-۸}\ C$ است. میدان الکتریکی را (الف) در $r = ۱۲/۰\ cm$ و (ب) در $r = ۲۰/۰\ cm$ پیدا کنید.

●●۴۸- شکل ۱۹-۴۹، دو پوستهٔ کروی نارسانا را نشان می‌دهد که در مکانهای خود روی محور x ثابت شده‌اند. پوستهٔ ۱ دارای شعاع ۰/۵۰ cm و چگالی بار سطحی یکنواخت $+۴/۰\ \mu C/m^۲$ روی سطح خارجی‌خود، و پوستهٔ ۲ دارای شعاع ۲/۰ cm و چگالی بار سطحی یکنواخت $-۲/۰\ \mu C/m^۲$ روی سطح خارجی خود است. مرکز پوسته‌ها به فاصلهٔ $L = ۶/۰\ cm$ از هم قرار دارند. به جز در $x = \infty$، میدان الکتریکی خالص در کجای محور x برابر صفر است؟



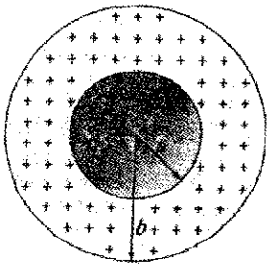
شکل ۱۹-۴۹ مسئلهٔ ۴۸

●●۴۹- در شکل ۱۹-۵۰، یک پوستهٔ کروی نارسانا به شعاع داخلی $a = ۲/۰۰ cm$ و شعاع خارجی $b = ۲/۴۰ cm$، دارای چگالی بار حجمی مثبت $\rho = A/r$ (درون ضخامتش) است که در آن A ثابت و r فاصله از مرکز پوسته است. به‌علاوه، گوی کوچکی با بار $q = ۴۵/۰ fC$ در مرکز آن قرار گرفته است. A باید چقدر باشد تا میدان الکتریکی در پوسته $(a \le r \le b)$ یکنواخت باشد؟ WWW SSM



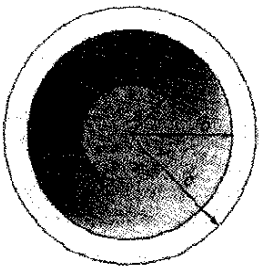
شکل ۱۹-۵۰ مسئلهٔ ۴۹

●●۵۰- شکل ۱۹-۵۱ یک پوستهٔ کروی با چگالی بار حجمی یکنواخت $\rho = ۱/۸۴\ nC/m^۳$، شعاع داخلی $a = ۱۰/۰\ cm$، و شعاع خارجی $b = ۲/۰۰\ a$ را نشان می‌دهد. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌های شعاعی (الف) $r = ۰$، (ب) $r = a/۲/۰۰$، (پ) $r = a$، (ت) $r = ۱/۵۰\ a$، (ث) $r = b$، و (ج) $r = ۳/۰۰\ b$ چقدر است؟ شکل ۱۹-۵۱ مسئلهٔ ۵۰



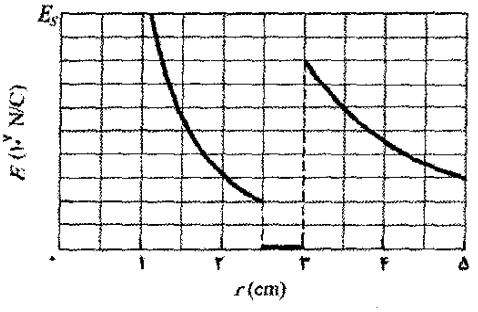
www.iran-mavad.com
شعاع انتشار دانش‌پژوهان و مهندسین فردا

●●۵۱- در شکل ۱۹-۵۲، یک کرهٔ توپر به شعاع $a = ۲/۰۰$ cm با یک پوستهٔ رسانای کروی به شعاع داخلی $b = ۲/۰۰\,a$ و شعاع خارجی $c = ۲/۴۰\,a$ هم‌مرکز است. کره دارای بار خالص و یکنواخت $q_۱ = +۵/۰۰$ fC و پوسته دارای بار خالص $q_۲ = -q_۱$ است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصله‌های شعاعی (الف) $r = ۰$، (ب) $r = a/۲/۰۰$، (پ) $r = a$، (ت) $r = ۱/۵۰\,a$، (ث) $r = ۲/۳۰\,a$، و (ج) $r = ۳/۵۰\,a$ چقدر است؟ بار خالص روی (چ) سطح داخلی و (ح) سطح خارجی پوسته چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۲ مسئلهٔ ۵۱

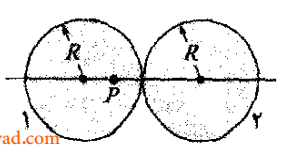
●●۵۲- ذرهٔ بارداری در مرکز یک پوستهٔ کروی قرار داده شده است. شکل ۱۹-۵۳ بزرگی E میدان الکتریکی را برحسب فاصلهٔ شعاعی r به دست می‌دهد. مقیاس محور قائم با $E_s = ۱۰/۰\times۱۰^۲$ N/C مشخص شده است به طور تقریبی، چقدر بار خالص روی پوسته قرار دارد؟



شکل ۱۹-۵۳ مسئلهٔ ۵۲

●●●۵۳- یک توزیع بار متقارن کروی که به طور شعاعی نایکنواخت است، میدانی الکتریکی به بزرگی $E = Kr^۴$ را که جهت آن به طور شعاعی از مرکز کره به طرف بیرون است، ایجاد می‌کند. در اینجا r فاصلهٔ شعاعی از مرکز کره و K ثابت است. چگالی حجمی ρ توزیع بار چیست؟

●●●۵۴- شکل ۱۹-۵۴، مقطعی از دو کرهٔ توپر را نشان می‌دهد که بار یکنواخت در سرتاسر حجم آنها توزیع شده است. شعاع هر کدام برابر با R است. نقطهٔ P روی خط واصل مرکز کره‌ها و در فاصلهٔ شعاعی $R/۲/۰۰$ از مرکز کرهٔ ۱ قرار دارد. اگر میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P برابر با صفر باشد، نسبت $q_۲/q_۱$ بار کل $q_۲$ در کرهٔ ۲ به بار کل $q_۱$ در کرهٔ ۱ چقدر است؟



شکل ۱۹-۵۴ مسئلهٔ ۵۴

●●●۵۵- یک کرهٔ نارسانای توپر به شعاع $R = ۵/۶۰$ cm دارای توزیع بار نایکنواختی با چگالی بار حجمی $\rho = (۱۴/۱\ \text{pC/m}^۳)r/R$ است که در آن r فاصلهٔ شعاعی از مرکز کره است. (الف) بار کل کره چقدر است؟ بزرگی E میدان الکتریکی در (ب) $r = ۰$، (پ) $r = R/۲/۰۰$، و (ت) $r = R$ چقدر است؟ (ث) نمودار E برحسب r را رسم کنید. ILW

مسئله‌های اضافی

۵۶- *معمای خرده‌های شکلات.* انفجارهایی که به واسطهٔ تخلیهٔ بارهای الکتروستاتیکی (جرقه‌ها) رخ می‌دهند باعث خطرهایی جدی در دستگاههایی می‌شوند که با دانه‌ها و گردها کار می‌کنند. یک چنین انفجاری در گرد خرده‌های شکلات یک کارخانهٔ بیسکویت‌سازی در ۱۹۷۰/۱۳۴۹ رخ داد. کارگران بسته‌های گردی را که تحویل می‌گرفتند به داخل یک سطل بارگیری خالی می‌کردند که از آنجا نیز گردها از طریق لوله‌های پلاستیکی متصل به زمین به یک سیلو جهت نگهداری و انبار دمیده می‌شدند. در قسمتی از این مسیر، دو شرط برای وقوع انفجار وجود داشت: (۱) وقتی بزرگی میدان الکتریکی برابر یا بزرگتر از $۳/۰\times۱۰^۶$ N/C می‌شد، فروریزش الکتریکی و در نتیجه جرقهٔ الکتریکی می‌توانست رخ دهد. (۲) انرژی جرقه برابر یا بزرگتر از ۱۵۰ mJ می‌شد که می‌توانست گرد را تا حد انفجار آتش بزند. حال نخستین شرط وقوع انفجار در گردهای داخل لوله‌های پلاستیکی را بررسی می‌کنیم:

جریانی از گرد *باردار منفی* را در نظر بگیرید که به داخل یک لولهٔ استوانه‌ای به شعاع $R = ۵/۰$ cm دمیده می‌شود. فرض کنید که گرد و بار آن با چگالی بار حجمی ρ به طور یکنواخت در طول لوله پخش می‌شوند. (الف) با استفاده از قانون گاوس عبارتی برای بزرگی میدان الکتریکی $\vec{E}$ در لوله برحسب تابعی از فاصلهٔ شعاعی r از مرکز لوله به دست آورید. (ب) آیا E با افزایش r، بزرگتر می‌شود یا کوچکتر؟ (پ) آیا جهت $\vec{E}$ به طور شعاعی به طرف درون است یا به طرف بیرون؟ (ت) به ازای $\rho = ۱/۱\times۱۰^{-۳}$ C/m^۳ (یک مقدار نوعی در کارخانه)، بیشینهٔ E را بیابید و تعیین کنید که این میدان بیشینه در کجا رخ می‌دهد؟ (ث) آیا جرقه می‌توانست رخ دهد؟ و اگر ممکن بود، در کجا؟ (این داستان با مسئلهٔ ۶۸ در فصل ۲۰ ادامه می‌یابد.)

۵۷- بار Q به طور یکنواخت روی کره‌ای به شعاع R توزیع شده است. (الف) چه کسری از این بار داخل شعاع $r = R/۲/۰۰$ قرار گرفته است؟ (ب) نسبت بزرگی میدان الکتریکی در $r = R/۲/۰۰$ به مقدار آن روی سطح کره چقدر است؟

۵۸- باری با چگالی حجمی یکنواخت $\rho = ۳/۲\ \mu$C/m^۳، کرهٔ توپر نارسانایی به شعاع ۵/۰ cm را پر کرده است. بزرگی میدان الکتریکی در (الف) ۳/۵ cm و (ب) ۸/۰ cm از مرکز کره چقدر است؟

۵۹- میدان الکتریکی در نقطهٔ P درست بیرون سطح خارجی پوسته‌ای نارسانای کروی توخالی به شعاع داخلی ۱۰ cm و شعاع

www.iran-mavad.com
ویژه دانشجویان و مهندسین مواد

خارجی ۲۰ cm، دارای بزرگی ۴۵۰ N/C و جهت آن به طرف بیرون است. وقتی بار نقطه‌ای نامعلوم Q در مرکز کره قرار داده شود، میدان الکتریکی در نقطهٔ P هنوز به طرف بیرون است، ولی بزرگی آن اکنون ۱۸۰ N/C است. (الف) پیش از آنکه Q در مرکز کره قرار داده شود، چه بار خالصی توسط سطح خارجی کره محصور شده است؟ (ب) بار Q چقدر است؟ پس از آنکه Q قرار داده شود، بار روی سطحهای (الف) داخلی و (ب) خارجی رسانا چقدر است؟

۶۰- فرض کنید گویی باردار دارای چگالی بار منفی است که به طور یکنواخت به جز در مجرای شعاعی باریکی که با عبور از مرکز آن، سطح یک طرف را به سطح طرف مقابل وصل می‌کند، توزیع شده است. همچنین فرض کنید که می‌توانیم یک پروتون را در هر جایی داخل مجرا یا خارج گوی قرار دهیم. F_R را بزرگی نیروی الکتروستاتیکی در نظر می‌گیریم که وقتی پروتون روی سطح گوی به شعاع R قرار گیرد، بر آن وارد می‌شود. برحسب مضربی از R، در چه فاصله‌ای از سطح کره نقطه‌ای وجود دارد که اگر پروتون را (الف) از گوی دور کنیم و (ب) به داخل مجرا ببریم، بزرگی نیروی وارد بر آن برابر ۰/۵۰ F_R شود؟

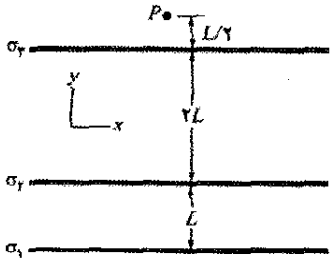
۶۱- باری با چگالی حجمی یکنواخت $\rho = 1/2\ \mathrm{nC/m^3}$، قطعه‌ای نامتناهی میان $x = -5/0\ \mathrm{cm}$ و $x = +5/0\ \mathrm{cm}$ را پر می‌کند. بزرگی میدان الکتریکی در نقطه‌ای با مختصهٔ (الف) $x = 4/0\ \mathrm{cm}$ و (ب) $x = 6/0\ \mathrm{cm}$ چقدر است؟

۶۲- چگالی بار سطحی یکنواخت $8/0\ \mathrm{nC/m^2}$ روی تمام صفحهٔ xy توزیع شده است. شار الکتریکی عبوری از یک سطح گاوسی کروی به مرکز مبداء دستگاه مختصات و به شعاع 5/0 cm چقدر است؟

۶۳- یک پوستهٔ کروی فلزی و نازک دارای شعاع 25/0 cm و بار $2/00\times10^{-7}\ \mathrm{C}$ است. E را برای نقطه‌ای (الف) در داخل پوسته، (ب) درست خارج پوسته، و (پ) 3/00 m از مرکز پوسته، به دست آورید.

۶۴- میدان الکتریکی در فضای خاصی برابر با $\vec{E} = (x+2)\hat{i}\ \mathrm{N/C}$ است، که در آن x برحسب متر است. یک سطح گاوسی استوانه‌ای به شعاع 20 cm را که هم‌محور با محور x است در نظر بگیرید. یک سر استوانه در $x = 0$ قرار دارد. (الف) بزرگی شار الکتریکی عبوری از سر دیگر استوانه در $x = 2/0\ \mathrm{m}$، چقدر است؟ (ب) بار خالص محصور شده در داخل استوانه چقدر است؟

۶۵- شکل ۱۹-۵۵، مقطع سه برگهٔ نارسانای بزرگ نامتناهی را نشان می‌دهد که روی آنها بار به طور یکنواخت پخش شده است. چگالیهای بار سطحی عبارت‌اند از: $\sigma_1 = +2/00\ \mu\mathrm{C/m^2}$، $\sigma_2 = +4/00\ \mu\mathrm{C/m^2}$، و $\sigma_3 = -5/00\ \mu\mathrm{C/m^2}$، و فاصلهٔ L برابر است با $L = 1/50\ \mathrm{cm}$. برحسب نمادگذاری بردارهای یکه، میدان الکتریکی خالص در نقطهٔ P چیست؟



شکل ۱۹-۵۵ مسئلهٔ ۶۵

۶۶- بزرگی شار الکتریکی خالص عبوری از هر وجه یک تاس مضربی از $10^3\ \mathrm{N.m^2/C}$ است که این مضرب دقیقاً برابر با تعداد نقطه‌های N روی هر وجه (۱ تا ۶) است. برای N های فرد، شار به طرف درون و برای N های زوج، شار به طرف بیرون است. بار خالص داخل تاس چقدر است؟

۶۷- یک سطح گاوسی به شکل نیمکره‌ای به شعاع $R = 5/68\ \mathrm{cm}$ در میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی 2/50 N/C قرار دارد. این سطح، هیچ بار خالصی را در بر ندارد. در قاعدهٔ (تخت) این سطح، میدان عمود و به طرف این سطح است. شار عبوری از (الف) قاعده و (ب) بخش خمیدهٔ سطح چقدر است؟

۶۸- بار نقطه‌ای $q = 1/0\times10^{-7}\ \mathrm{C}$ در مرکز یک کاواک کروی به شعاع 3/0 cm در یک قطعهٔ فلزی قرار دارد. با استفاده از قانون گاوس، میدان الکتریکی را در (الف) 1/5 cm از مرکز کاواک و (ب) نقطه‌ای داخل فلز، به دست آورید.

۶۹- یک پوستهٔ کروی فلزی نازک به شعاع a دارای بار q_a است. این کره با پوستهٔ کروی فلزی نازک دیگری به شعاع $b > a$ و بار q_b هم‌مرکز است. میدان الکتریکی را در نقطه‌هایی به فاصلهٔ r از مرکز مشترک به دست آورید که در آنها (الف) $r < a$، (ب) $a < r < b$، و (پ) $r > b$ است. (ت) دربارهٔ معیاری که با استفاده از آن چگونگی توزیع بار روی سطحهای داخلی و خارجی پوسته‌ها را تعیین می‌کنید، بحث کنید.

۷۰- چه بار خالصی توسط مکعب گاوسی مسئلهٔ ۲ در بر گرفته شده است؟

۷۱- پروتونی با تندی $v = 3/00\times10^5\ \mathrm{m/s}$ درست بیرون کرهٔ باردار به شعاع $r = 1/00\ \mathrm{cm}$، می‌چرخد. بار روی کره چقدر است؟

۷۲- معادلهٔ ۱۹-۱۱ $(E = \sigma/\varepsilon_0)$ میدان الکتریکی را در نقطه‌های نزدیک به سطح رسانای باردار به دست می‌دهد. این معادله را برای یک کرهٔ رسانا به شعاع r و بار q به کار ببرید، و نشان دهید که میدان الکتریکی در بیرون این کره همان میدان ناشی از یک بار نقطه‌ای است که در مرکز کره قرار گرفته باشد.

۷۳- شکل ۱۹-۵۶ یک شمارندهٔ گایگر[1] را نشان می‌دهد که برای آشکارسازی تابشهای یونیده (تابشهایی که باعث یونیده شدن اتمها می‌شود) به کار می‌رود. این شمارنده، شامل یک سیم مرکزی باردار مثبت است که توسط یک پوستهٔ استوانه‌ای رسانا

www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد

1 . Geiger

و هم‌مرکز با بار منفی یکسان احاطه شده است. بنابراین، یک میدان الکتریکی شعاعی قوی در داخل این پوسته ایجاد می‌شود. پوسته دارای یک گاز خنثی با فشار پایین است. یک ذرهٔ تابشی که از طریق دیوارهٔ پوسته وارد دستگاه شود، چند اتم گاز را یونیده می‌کند. در نتیجه، الکترونهای آزاد (e) به سوی سیم مثبت کشیده می‌شوند. ولی، میدان الکتریکی به حدی قوی است که در بین برخورد اتمهای گاز، الکترونهای آزاد انرژی کافی برای یونیده کردن اتمهای دیگر را نیز به دست می‌آورند و بدین ترتیب الکترونهای آزاد بیشتری ایجاد می‌شوند و این فرایند تا هنگامی که الکترونها به سیم برسند، ادامه می‌یابد. "بهمن" حاصل از الکترونها توسط سیم جمع‌آوری می‌شود و سیگنالی به وجود می‌آید که برای ثبت کردن عبور ذرهٔ اصلی تابش به کار می‌رود. فرض کنید که شعاع سیم مرکزی ۲۵μm، شعاع داخلی پوسته ۱/۴ cm، و طول پوسته ۱۶ cm باشد. اگر میدان الکتریکی روی دیوارهٔ درونی پوسته $2/9\times10^4$ N/C باشد، بار مثبت کل در سیم مرکزی چقدر است؟

شکل ۱۹-۵۶ مسئلهٔ ۷۳

۷۴- باری به طور یکنواخت در سرتاسر حجم استوانه‌ای توپر به شعاع R و طول نامتناهی توزیع شده است. (الف) نشان دهید در فاصلهٔ $r<R$ از محور استوانه داریم

$$E=\frac{\rho r}{2\varepsilon_0}$$

که در آن ρ چگالی بار حجمی است. (ب) عبارتی برای E، وقتی $r>R$ است، بنویسید.

۷۵- آب در یک نهر آبیاری به پهنای $w=3/22$ m و عمق $d=1/04$ m، با تندی ۰/۲۰۷ m/s جاری می‌شود. شار جرمی آب عبوری از یک سطح فرضی برابر با حاصلضرب چگالی آب (1000 kg/m^3) در شار حجمی عبوری آن از این سطح است. شار جرمی عبوری از سطحهای فرضی زیر را پیدا کنید: (الف) سطحی به مساحت wd، کاملاً داخل آب و عمود بر جریان؛ (ب) سطحی به مساحت $2wd$، که به اندازهٔ wd در آب فرو رفته است و عمود بر جریان؛ (پ) سطحی به مساحت $wd/2$ که کاملاً داخل آب است و عمود بر جریان؛ (ت) سطحی به مساحت wd که نیمی از آن داخل آب و نیمی دیگر در خارج آن است و عمود بر جریان؛ (ث) سطحی به مساحت wd که کاملاً داخل آب است و بردار عمود بر سطح آن با جهت جریان زاویهٔ ۳۴/۰° می‌سازد.

۷۶- یک الکترون آزاد میان دو صفحهٔ نارسانای موازی و بزرگ افقی که به فاصلهٔ 2/3 cm از هم واقع‌اند، قرار دارد. یکی از صفحه‌ها دارای بار مثبت یکنواخت و دیگری دارای بار منفی یکنواخت است. نیروی وارد بر الکترون بر اثر میدان الکتریکی $\vec{E}$ میان صفحه‌ها با نیروی گرانشی وارد بر الکترون موازنه کرده است. (الف) بزرگی چگالی بار سطحی روی صفحه‌ها و (ب) جهت (رو به بالا یا رو به پایین) $\vec{E}$ چگونه است؟ SSM

۷۷- یک کره توپر نارسانا دارای چگالی بار حجمی یکنواخت ρ است. فرض کنید $\vec{r}$ برداری از مرکز کره به سوی نقطهٔ دلخواه P در داخل کره است. (الف) نشان دهید که میدان الکتریکی در نقطهٔ P با $\vec{E}=\rho\vec{r}/3\varepsilon_0$ داده می‌شود. (توجه کنید که این نتیجه مستقل از شعاع کره است.) (ب) یک کاواک کروی، آن گونه که در شکل ۱۹-۵۷ نشان داده شده، درون کره ایجاد شده است. با استفاده از مفاهیم برهم‌نهی نشان دهید که میدان الکتریکی در تمام نقطه‌های داخل کاواک، یکنواخت و برابر با $\vec{E}=\rho\vec{a}/3\varepsilon_0$ است که در آن $\vec{a}$ بردار مکان از مرکز کره به سوی مرکز کاواک است. (توجه کنید که این نتیجه به شعاع کره و شعاع کاواک بستگی ندارد.)

شکل ۱۹-۵۷ مسئلهٔ ۷۷

۷۸- چگالی بار یکنواخت ۵۰۰ nC/m^3 در سرتاسر یک حجم کروی به شعاع ۶/۰۰ cm توزیع شده است. یک سطح گاوسی مکعبی را در نظر بگیرید که مرکز آن بر مرکز کره واقع است. شار الکتریکی عبوری از این سطح مکعبی چقدر است، در صورتی که طول هر ضلع آن (الف) ۴/۰۰ cm و (ب) ۱۴/۰ cm باشد؟

۷۹- بار 14μC- روی سطح خارجی یک پوستهٔ رسانای کروی، و یک ذرهٔ باردار در داخل آن قرار دارد. اگر بار خالص روی پوسته 10μC- باشد، بار (الف) روی سطح داخلی پوسته و (ب) ذره، چقدر است؟

۸۰- بار ۶/۰۰ pC به طور یکنواخت در سر تا سر حجم کره‌ای به شعاع $r=4/00$ cm پخش شده است. بزرگی میدان الکتریکی در فاصلهٔ شعاعی (الف) ۶/۰۰ cm و (ب) ۳/۰۰ cm چقدر است؟

۸۱- یک گوی کروی باردار دارای چگالی بار یکنواخت است. برحسب شعاع گوی R، در چه فاصله‌های شعاعی (الف) در داخل و (ب) در خارج گوی، بیشینهٔ میدان الکتریکی برابر با $\frac{1}{4}$ بزرگی بیشینهٔ میدان آن است؟

۸۲- باری با چگالی سطحی یکنواخت ۸/۰۰ nC/m^2 روی تمام صفحهٔ xy توزیع شده‌است؛ باری با چگالی سطحی یکنواخت ۳/۰۰ nC/m^2 روی صفحه‌ای موازی که با $z=2/00$ m تعریف شده، توزیع شده است. بزرگی میدان الکتریکی را در نقطه‌ای با مختصهٔ z (الف) ۱/۰۰ m و (ب) ۳/۰۰ m، تعیین کنید.

www.iran-mavad.com
مرجع دانشجویان و مهندسین مواد